RECHERCHES

SUR

LA ROTATION DU SOLEIL

PAR

N C DUNÉR

(Présenté à la Société Royale des Sciences d'Upsal le 14 Février 1891)

UPSAL
EDV BERLING IMPRIMEUR DE L'UNIVERSITÉ
1891

Grace à la généreuse libéralité du conseil d administration de la fon dation »Lars Hjertas Minne» à Stockholm une somme d environ 5000 francs était mise en 1884 à ma disposition afin d être employée à la construction d un spectroscope d une puissance aussi grande que l on pourrait obtenir Cet instrument devait en outre avoir une construction telle, qu il pût être appliqué à un réfracteur parallactique et par con séquent pût servir à des recherches spéciales sur les propriétés spectro scopiques des différents points du disque solaire

J entrais aussitot en correspondance avec différents opticiens bien connus ainsi qu avec quelques uns de mes collègues les plus expéri mentés dans cette sorte de recherches scientifiques Je fus bientôt d avis que le spectroscope à réseaux de diffraction sur métal était indubitable ment l instrument qui se prêtait avec le plus d avantage aux recherches qui réclamaient une très grande puissance dispersive Je reconnus aussi que les réseaux tracés au moyen de la machine à diviser de M le pro fesseur ROWLAND à Baltimore étaient également les seuls préférables, M HASSELBERG m ayant communiqué les observations qu il avait faites à ce sujet avec le réseau de ROWLAND qu avait donné à l observatoire de Poulkowa l université de JOHN HOPKINS à Baltimore

Une difficulté cependant se présentait c était de savoir comment acquérir ces réseaux Les seuls qui existaient alors en Europe étaient celui qui appartient à l observatoire de Poulkowa, et un autre que possède l école polytechnique de Paris et qui a servi aux belles recher ches de M CORNU sur les raies atmosphériques dans le spectre solaire tous deux avaient été donnés à ces institutions et aucun de mes corres pondants ne pouvait me donner des renseignements à cet effet Je m adressai alors directement à M ROWLAND le priant d excuser une dé marche que je faisais au nom de l interêt scientifique Je reçus bientôt une lettre très bienveillante de M ROWLAND dans laquelle, tout en me signalant les difficultés qui se présentaient pour la confection des réseaux

de très grandes dimensions il m informait qu il ferait de son mieux pour m en procurer un Encouragé par sa lettre je lui écrivis de nouveau, le priant de vouloir bien me faire construire un réseau aussi grand et aussi parfait que possible surtout au point de vue de la possibilité de faire des mesures dans les spectres d un ordre assez élevé M ROWLAND me répondit qu il venait de confier à un excellent opticien de Pittsburg M BRASHEAR, actuellement à Allegheny le polissage des miroirs pour les réseaux et que toute la confection était entre ses mains M ROWLAND voulut lui même en surveiller la fabrication et soumettre les réseaux à de sérieuses épreuves afin d en pouvoir garantir leur haute qualité et M ROWLAND m exposait encore une fois les grandes difficultés que rencontrerait la confection des grands réseaux

Par suite de cette lettre j entrai en correspondance avec M BRASHEAR, et au printemps de 1885 il m envoyait un réseau mais de bien moindres dimensions que celles que j avais désirées, me disant que jusqu alors il lui avait été impossible d obtenir des réseaux parfaits d une plus forte grandeur

Ce réseau forme un carré de 61 de côté sur lequel se trouve un plan rehaussé de forme circulaire et d un diamètre égal au côté du carré mentionné Ce plan est d un haut poli et le réseau qui fait 35 × 50 ^{m} y est gravé et porte 29000 traits Chaque 100 trait est prolongé en dehors du réseau proprement dit afin d en pouvoir examiner la division et en déterminer les erreurs

Cependant M BRASHEAR me promit de m envoyer un autre réseau plus grand aussitôt qu on aurait pu l obtenir Ce dernier ne me parvint qu en l été de 1886 et M BRASHEAR m avertissait cette fois qu il ne voyait aucune possibilité d en faire de plus grands avec la machine à diviser qu on employait alors

Ce réseau magnifique est tracé semblablement à l autre mais sur une plaque de 100 de côté et consiste en 46000 traits d une longueur de 53^{mm} repartis sur une largeur de 81^{m}

Déjà bien longtemps avant l obtention de ce second réseau j étais entré en pourparlers avec des mécaniciens au sujet de la construction du spectroscope et me décidai enfin à la confier à M JÜRGENSEN de Copenhague En mai 1886 M JÜRGENSEN m avait déjà envoyé une esquisse de l instrument faite d après mes indications J avais examiné et corrigé à fond cette esquisse afin qu on pût commencer la construction de l instrument aussitôt que le réseau me serait parvenu et que ses dimensions et son poids me seraient connus L instrument et le statif

étaient dejà prêts au mois de mars 1887 mais les contrepoids qui de vaient rétablir l équilibre du réfracteur ne furent entièrement prêts qu au commencement de mai à mon retour de la conférence astrophotogra phique de Paris

---

Le spectroscope consiste en un tube en laiton d un diamètre ex térieur de 84 et de 98 de longueur Il porte, à des distances de 24 de chacun de ses bouts deux anneaux en métal rouge qui reposent dans les coussinets du statif A son bout inférieur, pris dans le sens où se trouve le tube quand le spectroscope est attaché an refracteur et celui ci dirigé vers le ciel, il est entouré d un autre anneau qui forme une pièce avec deux bras, très forts et parallèles entre eux

Ces bras vont d abord dans une direction verticale contre les tan gentes entre le tube et les plans qui le touchent dans les deux points diamétralement opposés l un à l autre où ils cohèrent avec l anneau Après avoir suivi cette direction sur une longueur de 9 5 de l anneau, les bras se coudent et prennent une direction parallèle à l axe du tube principal jusqu à 26 5 du coude où ils s attachent aux deux cotés d une plaque circulaire d un diamètre de 8 et de 17,5^{mm} d épaisseur A cette plaque est fixé à l aide de trois paires de vis de correction un cercle, divisé de 10 à 10 minutes et à ce cercle un petit canon dans lequel tourne un axe en acier lequel porte le bras de deux microscopes à l aide desquels on lit directement les 5 secondes Sur ce bras, on appli que, à l aide de deux grandes vis qui ont chacune sur leurs deux cotes des vis de correction, les cassettes au dedans desquelles sont fixés les réseaux Les cassettos consistent en deux boîtes quadrangulaires l une ajustée au dédans de l autre La position de la boite intérieure peut être changée à volonté à l aide de trois paires de vis de correction On peut ainsi rendre les traits du réseau parallèles à l axe de rotation La cas sette intérieure est garnie de velours et le réseau y est retenue par quatre ressorts très mous, également garnis de velours et qui ne le touchent à peine aux quatre coins laissant ainsi la partie circulaire en tièrement libre Il n y a aucun danger, par conséquent, que ces ressorts produisent trace de flexion dans les réseaux Il y a naturellement, une telle double cassette pour chacun des réseaux

Tout au commencement nous avons dit que le tube principal avait un diamètre de 84^{m} Ceci n est pas tout à fait exact pour la partie de 24 de longueur entre les deux anneaux inférieurs Cette partie a

en effet un diamètre de 96^{mm}, au dedans d'elle il y a un tirage qui porte à son bout inférieur un objectif de 81^{mm} de diamètre et de 118^{cm} de distance focale [1]. Cet objectif sert en même temps comme objectif de collimateur et objectif de lunette d'observation. Pour prévenir les réflexions sur les différentes surfaces de cet objectif qui sans cela iraient très gravement compromettre la vision, on a apposé sur sa surface supérieure une petite plaque de carton noirci d'un diamètre de 10^{mm}.

Au bout supérieur, le tube principal est prolongé par un tube de 8^{cm} de longueur et d'un diamètre de 67^{mm}, dans lequel il y a un tirage qui porte la fente, dont les tranches sont fabriquées d'un alliage de platine et d'iridium, et qui s'ouvre à l'aide d'une vis à tête divisée. 5 tours entiers de cette vis ouvrent la fente d'un millimètre, par conséquent, le tambour étant divisé en 50 parties égales, une division répond à $0{,}004^{mm}$. A une distance de 63^{mm} devant de la fente, il y a une plaque de laiton noirci, portée par quatre appuis. Cette plaque est pendant les observations placée dans le foyer du grand réfracteur, elle est percée de trois trous, dont l'un est pratiqué au centre de la plaque et les autres des deux côtés sur une ligne parallèle à la fente et à une distance l'un de l'autre égale au diamètre moyen de l'image focale du soleil dans le réfracteur.

Dans le trou du milieu est vissé un tube court en laiton, dans lequel peut glisser un autre tube aussi court, qui, à son bout inférieur, porte une lentille achromatique d'un diamètre de 5^{mm} et de 15^{mm} de distance focale. Cette lentille, étant placée au milieu entre l'image focal et la fente, jette sur celle-ci l'image de la partie du soleil qui se projette sur le trou. Sur le côté inférieur de la plaque et des deux côtés des trous latéraux, il y a des coulisses dans lesquelles on peut faire glisser, à l'aide des vis, la partie supérieure d'une paire de tubes semblables à celui du trou du milieu, à cette exception près qu'ils sont un peu plus longs, et que la distance focale des lentilles qu'ils portent est de 20^{mm}. A l'aide du déplacement qui vient d'être décrit, on peut, quel que soit le diamètre du soleil, faire entrer dans les axes optiques de ces lentilles les images des parties opposées du bord solaire. Les rayons sortant des lentilles rencontrent sur la plaque de la fente deux prismes rectangulaires, également ajustables, aux hypothénuses desquelles elles subissent une réflexion totale, de sorte qu'elles deviennent parallèles à

1) En 1887 il y était un objectif avec une distance focale de 121^{cm}, mais qui fut plus tard échangé contre l'objectif actuel.

la fente Au-dessus du milieu de la fente on peut à l'aide de deux vis faire glisser deux autres prismes rectangulaires qui réfléchissent de nouveau les rayons et les font entrer par la fente dans une direction parallèle à l'axe de l'objectif du spectroscope A l'aide de cette disposition[1]) on a, dans le spectroscope, tout près l'un de l'autre, les spectres de deux points opposés du bord solaire Quand on fait ainsi entrer la lumière des bords du soleil, le trou du milieu est bouché par une plaque en laiton

La pièce oculaire se trouve sur le côté du tube principal aussi près que possible du bout supérieur de celui-ci Elle consiste en un tube d'une longueur de 100^{mm} et d'un diamètre de 50^{mm} et qui porte à son bout interieur un prisme rectangulaire, lequel se trouve tout près de l'axe du tube principal, toutefois sans intercepter en aucune façon le cone des rayons qui sortent de la fente Ce cône rencontre l'objectif qui rend les rayons parallèles, après quoi elles tombent sur le réseau qui les disperse dans leurs rayons monochromatiques Si l'on donne au réseau une inclinaison suffisante, en tournant le bras des microscopes autour de l'axe sur lequel il est fixé, il faut qu'une partie du spectre d'un ou de plusieurs ordres en retournant par l'objectif, rencontre le prisme qui vient d'être mentionné, y subit une reflexion totale et sort du tube principal dans une direction sensiblement verticale contre l'axe optique de l'objectif L'image focale se forme à l'intérieur du tube qui porte le prisme et on peut à l'aide d'un bouton à crémaillère faire glisser le tirage du micromètre dans ce tube, jusqu'à ce que les fils se trouvent au même plan que l'image focale

Quant au micromètre, il est construit de sorte que la vis amène à la fois les fils et l'oculaire Ces fils étaient, en 1887 et 1888, au nombre de quatre et parallèles deux à deux, ils s'entrecroisaient sous des angles de 60^0 On avait donc, au milieu du champ, un rhombe dont le plus grand diamètre était parallèle aux raies spectrales et qui avait une longueur presque double de celles-ci Avant de commencer les mesures en 1889, je fis introduire un cinquième fil au milieu de l'une des paires de fils et parallèle à eux Le rhombe que nous venons de mentionner devenait, par conséquent, coupé en deux rhomboides, et au lieu de quatre points d'intersection entre les fils on en avait six Un pas de la vis a une hauteur d'un quart de millimètre, et le tambour a un diamètre de

1) C'est M LANGLEY qui l'a inventée V SCHEITEN *Die Spectralanalyse* etc 3^{me} édition, Tome II p 224

40^{mm} et est divisé en 100 parties égales On lit les pas entiers sur une échelle, qui se trouve sur l'une des coulisses latérales

Le micromètre est muni de 5 oculaires achromatiques, fabriqués, de même que l'objectif, les lentilles et les prismes par MM Reinfelder & Hertel à Munich Ces oculaires ont les suivantes distances focales equivalentes, savoir

Oculaire	*Distance focale*
I	2 pouces
II	1 »
III	$^2/_3$ »
IV	$^1/_2$ »
V	$^1/_3$ »

L'oculaire III est celui que j'emploie ordinairement pour les mesures, on peut encore faire usage de l'oculaire IV dans des circonstances très favorables, tandis que l'oculaire II est reservé pour les circonstances plus défavorables qu'à l'ordinaire et pour l'examen du spectre du cinquième ordre Au contraire l'oculaire I est excellent, quand on veut étudier, au spectroscope, le chromosphère et les protubérances L'oculaire V est inutile pour le spectroscope proprement dit, on verra plus tard qu'il peut être employé avec avantage à la photographie spectrale de certains points du bord solaire

Pour attacher le spectroscope au réfracteur de l'observatoire de Lund, on ôte à celui-ci le micromètre et tout le grand tirage, sur lequel est fixé le micromètre, on enlève aussi les deux lourds contrepoids qui sont fixés aux bouts inférieurs des deux balanciers, qui servent à diminuer la flexion de la lunette, selon la méthode imaginée par Fraunhofer pour la construction de la grande lunette de Dorpat Puis on applique le statif du spectroscope et on le fixe à l'aide de quatre grosses vis, dont deux entrent dans les bouts des balanciers, et deux dans l'annean inférieur de la grande lunette

Le statif mentionné consiste en un grand manchon qui entoure la partie inférieure de la lunette du réfracteur et le tube plus rétréci dans lequel glisse le tirage du micromètre Ce manchon est, comme nous venons de le dire, fixé à la lunette par deux fortes vis, qui entrent dans l'anneau inférieur de la lunette Mais pour augmenter la stabilité, et aussi pour diminuer le poids du spectroscope sur la lunette, j'ai fait appliquer sur ce manchon deux bras forts qui s'adaptent aux deux ba-

lanciers dans la position que ceux-ci ont dans la position verticale de la lunette Par conséquent on peut, dans cette position, fixer ces bras aux balanciers à l'aide de deux grandes vis, et on obtient ainsi une parfaite stabilité du manchon par rapport à la lunette Dans une position plus ou moins horizontale, les balanciers exercent une très forte pression en haut, et cette pression dévient encore plus grande par l'application aux bouts supérieurs des balanciers des deux contrepoids qui sont nécessaires pour redonner à l'instrument son équilibre La partie la plus étroite du manchon est de 32^{cm} long, la partie la plus large n'a au contraire qu'une longueur de 36^{mm} Deux anneaux très solidement fixes l'un à l'autre tournent autour de cette partie du manchon à l'aide des roulettes de friction, et on peut lire sur un cercle, gradué sur le bord inférieur du manchon, l'angle dont on fait tourner cette partie

Par ces deux anneaux passent quatre tubes en laiton d'une longueur de 115^{cm} et d'un diamètre de 26^{mm} Ces tubes portent à leurs bouts inférieurs l'un des coussinets et 50^{cm} plus haut l'autre coussinet dans lesquels reposent les deux anneaux qui se trouvent sur le tube principal du spectroscope Aussitôt qu'on a placé le spectroscope dans ces coussinets, on l'y retient à l'aide de deux arcs de cercle en laiton qu'on fixe aux coussinets avec des vis

MM REINFELDER & HERTEL avaient livré une serie de verres de différentes couleurs et qu'on pouvait visser sur les oculaires Cependant, j'ai trouvé les couleurs de ces verres de beaucoup trop impures pour qu'ils puissent servir avec avantage à séparer les spectres des différents ordres Ils affaiblissaient considérablement même les couleurs spectrales qui étaient en apparence à peu près les mêmes que celles dont ils étaient teints eux-mêmes Pour éviter cet inconvénient, j'ai fait appliquer sur les oculaires le prisme à vision directe qui appartient au petit spectroscope de la construction indiquée par Zollner et qui est designé par SsO dans mon mémoire sur les spectres des étoiles de la troisième classe p 11 Pour séparer les spectres des différents ordres, on fait tourner ce prisme de sorte que son bord réfringent devient parallèle à l'extension logitudinale des spectres La hauteur des spectres étant fort petite, les spectres des différents ordres deviennent ainsi tout à fait séparés, à moins qu'on n'emploie les deux oculaires les plus forts, auquel cas ils se touchent par la tranche

Il me faut finalement remarquer qu'on peut fixer le bras des microscopes à l'aide d'une pince et lui faire subir de petits changements en position par une vis micrométrique

Pour pouvoir faire des levés photographiques des parties du spectre solaire, on enlève le micromètre, et on introduit à sa place la chambre noire Celle-ci fait le prolongement d'un tube de même forme et de même grandeur que le tirage du micromètre et muni d'une pareille crémaillère Ce tube contient un petit objectif antiplanétique de M STEINHEIL Derrière cet objectif, il y a un beau prisme à vision directe, également de M STEINHEIL Ce prisme, qui sert à séparer les spectres des différents ordres, se trouve déjà en dedans de la chambre noire proprement dite, laquelle consiste en un tube quadrangulaire en forme de pyramide tronqué et d'une longueur de 32^{cm}, fait en plaques de laiton très minces Il porte, à son bout extérieur, soit un cadre avec une plaque de glace pour la mise au point, soit le châssis Le châssis est muni de deux volets qui, l'un et l'autre, ont 10^{mm} de largeur, par conséquent, les plaques photographiques ayant 8^{cm} de longueur et 4^{cm} de largeur, on peut faire deux levés photographiques sur chacune Pour ce but, on peut appliquer le châssis dans deux positions differentes, de sorte que l'image du spectre rencontre l'un ou l'autre des volets On obtient ainsi des images fortement agrandies des parties du spectre, mais ces parties n'embrassent qu'une très petite fraction du spectre entier, et ne sont donc que d'un usage fort restreint Les poses devant être fort longues, surtout quand il s'agit des moins refrangibles parties du spectre, il est indispensable d'avoir un moyen de retenir sur la fente, pendant tout ce temps, la même partie du disque solaire Dans ce but, j'ai fait usage du chercheur ordinaire du réfracteur, en y adaptant une pièce oculaire particulière, fabriquée comme toute la chambre noire par M SANDSTRÖM, mecanicien de l'université de Lund Cette pièce consiste en un anneau en laiton qu'on peut visser dans le tube du chercheur, au lieu de l'oculaire ordinaire Cet anneau porte l'oculaire V du spectroscope, attaché sur deux châssis, de sorte qu'on peut le déplacer dans deux directions verticales l'une à l'autre Sur un diaphragme dans l'anneau il y a deux fils d'araignée, s'entrecroisant sous un angle droit Si l'on éloigne suffisamment l'oculaire de ce réticule, après que celui-ci a été placé an foyer de l'objectif du chercheur, on obtient, sur un écran à la fois l'image du soleil et celle des fils Cet écran est porté par une verge en laiton, fixée sur l'anneau Lors des photographies spectrales, on deplace l'oculaire à l'aide des châssis sur lesquels il est ménagé, jusqu'à ce que le point d'intersection des fils touche le bord précédant ou suivant du soleil en même temps que l'image du point voulu du disque solaire rencontre la fente On retient l'image du point d'intersection en contact avec celle du bord solaire pendant tout le temps que dure la pose

De ce qui précède, on a vu que notre spectroscope a des dimensions extraordinaires. Malgré cela, ce sont en première ligne les rares qualités optiques du plus grand réseau qui le rendent incomparable. Dans le but de faciliter l'emploi des spectres d'un ordre élevé, tous les réseaux de ROWLAND, sont tracés de telle sorte, que les spectres d'un côté sont plus brillants que ceux de l'autre côté. Dans mon réseau, un heureux hasard a introduit une autre anomalie encore plus favorable pour ce but. C'est que, tandis que le spectre du second ordre est assez faible, celui du troisième ordre est au moins aussi brillant que celui du premier ordre et même le spectre du quatrième ordre ne lui est pas considérablement inférieur. Encore le spectre du cinquième ordre est-il suffisamment brillant pour se prêter, du moins dans ses parties les plus brillantes, avec avantage aux mesures. Pour cette raison, notre spectroscope donne une dispersion vraiment énorme. Je donnerai quelques exemples du dedoublement des raies doubles excessivement étroites, et dont la duplicité, a mon su, n'a pas encore été annoncée. Commençons en disant que la duplicité des b_3, b_4, de la raie de la couronne et même celle de E_1 est trop facilement reconnue pour être avancée comme une preuve de la force optique de l'instrument.

Dans la liste suivante de ces nouvelles raies doubles ou multiples, les longueurs d'onde sont données d'après l'atlas spectroscopique de M. FIEVEZ[1]. On réduit ces longueurs d'onde à celles de M. ROWLAND[2] en leur ajoutant 0,8 unités de ÅNGSTRÖM.

Raie	Description
5196,0	La plus réfrangible est peut-etre un peu plus forte, *tres facile*.
5201,4	La plus réfrangible est un peu plus faible que l'autre, *difficile*.
5203,3	Les deux raies sont de la meme intensité, *difficile*.
5205,3	La moins réfrangible est beaucoup plus faible que l'autre, *tres serrees*.
5205,6	La raie la plus réfrangible est un peu plus faible que l'autre, *facile*.
5207,2	La moins réfrangible un peu plus faible que l'autre, *assez difficile*.
5214,5	La moins réfrangible est plus faible que l'autre *tres facile*.
5215,5	La moins réfrangible est la plus faible, *tres facile*.
5224,2	La plus réfrangible est un peu plus forte que l'autre, *pas difficile*.
5232,1	Triple, deux raies entourent la grosse raie principale. La raie la plus réfrangible est un peu plus faible que l'autre. Une quatrième raie encore plus

1) *Annales de l'Observatoire de Bruxelles*. Nouv. Série. T. IV.

2) *Philosophical Magazine*. V Sér. Vol. 23. Pp. 262-264.

Raie	Description
	réfrangible se trouve dans le voisinage La raie principale m a parfois paru double, mais je n en suis pas sur
5234,6	La raie la moins réfrangible est beaucoup plus faible que l autre, *serrées*
5240,4	La plus réfrangible est moins forte que l autre, *difficile*
5241,2	La raie la plus réfrangible est faible, *facile*
5241,7	La plus réfrangible un peu plus faible que l'autre, *facile* La longueur d onde est de 5242,2
5242,7	La raie la moins réfrangible est considérablement plus faible que l'autre
5247,9	La moins réfrangible est la plus forte, *pas tres difficile*
5249,7	La plus réfrangible est faible, *difficile*
5254,0	La moins réfrangible est la plus faible, *facile*
5254 6	*Tres serree et difficile*
5260,5	La moins réfrangible est beaucoup plus faible que l'autre, *assez facile*
5261,0	La raie la plus réfrangible est plus faible que l'autre, *tres serrees*
5262 0	La raie la plus réfrangible est faible, *difficile*
5262 4	La plus réfrangible est un peu plus faible que l'autre, *tres facile*
5273,9	Au milieu de cette raie double il y a une troisième raie plus faible, *tres facile*
5275,1	La raie la moins réfrangible est la plus faible, *tres difficile*
5282,6	La raie la plus réfrangible est assez faible, *difficile*
5298,3	La raie la moins réfrangible est un peu plus faible que l autre *Serree et difficile*
5340,0	La raie la moins réfrangible est un peu plus faible que l'autre *Extrêmement serree et difficile*
5352,4	La moins réfrangible est faible, *assez difficile*
5361,6	La plus réfrangible est un peu plus faible que l'autre, *pas tres difficile*
5370,5	La raie la plus réfrangible est considérablement plus faible que l'autre, *serrees*
5399 5	La moins réfrangible est la plus faible, *difficile*

Outre ces raies je citerai *la duplicite des deux D* En effet, on reconnait déjà dans le quatrième spectre sans trop de difficulté au milieu de la grosse raie D_2 un mince filet de lumière, et quelquefois, bien que rarement, j'ai vu la même apparence en D_1 Au cinquième spectre tout cela se présente avec une précision bien plus grande Quant à ce trait de lumière, je serais presque porté à croire qu'en analogie avec ce qu'on a souvent vu dans les spectres des taches et des protubérances, cela n'est qu'une double réversion, qui, avec un spectroscope suffisamment fort, se fait sentir sur tout le disque solaire J'ai vu un autre phénomène très curieux dans le groupe *b*, savoir l'affaiblissement très consi

dérable des trois grosses raies qui appartiennent au magnesium Au cinquième spectre cet affaiblissement est si considérable, que le composant le plus réfrangible de b_4 n'est reconnaissable qu'avec un peu de difficulté, en effet plus difficilement que dans le quatrième spectre, tandis que le composant moins réfrangible de b_4 ainsi que les deux composants de b_3, tous les trois dûs au nickel et au fer, gardent toute leur netteté Quant à b_2, elle est comme on sait entourée de deux raies metalliques Avec une dispersion assez, mais pas trop considerable cependant, la raie b_2 se montre de beaucoup plus forte que même la plus réfrangible de ces raies, mais au cinquième spectre de notre spectroscope, la b_2 est sensiblement plus faible que la moins réfrangible de ces raies Aussi b_1 se montre excessivement affaiblie Ces phenomènes semblent pouvoir être expliqués par une réversion partielle, tandis que les raies des métaux plus réfractaires ne subissent pas de changement pareil Une raison cependant pourrait se produire contre une telle supposition la raie de la couronne solaire, qui d'ailleurs présente, en genéral, les mêmes phénomènes de réversion comme les raies du magnesium, n'est en aucune façon affaiblie dans le spectre du cinquième ordre

Le soleil se trouvant actuellement dans une époque de peu d'activité, je n'ai pu que très rarement employer mon instrument pour l'examen des taches et des protubérances Cependant, j'ai profité de quelques occasions où se laissaient voir des taches pas trop petites pour examiner si l'observation très remarquable de M C-A YOUNG est réellement exacte, examen qui n'a pas été fait que je sache par aucun astronome, aussi bien que cette observation ne semble avoir attiré que fort peu l'attention

M YOUNG dit[1]) avoir examiné les spectres de nombreuses taches avec un spectroscope à diffraction d'une puissance au moins égale à celle du mien, à condition qu'on y puisse employer des spectres d'un ordre aussi élevé Ce spectroscope était d'ailleurs attaché au réfracteur de 23 *inches* à l'observatoire de Halsted

Le point principal dans l'observation de M YOUNG est que »*in certain regions the spectrum of the spot-nucleus, instead of appearing as a mere continuous shade, crossed here and there by markings dark and light, is resolved into a countless number of lines, exceedingly fine and closely packed, interrupted frequently by lines as bright as the spectrum outside the*

1) *American Journal of Science* Third series Vol XXV Pp 333—336

spot» M YOUNG ajoute »*When seeing is at best and everything favorable, close attention enables one to trace nearly all these lines out beyond the spot and its penumbra But they are so exceedingly faint on the suns general surface that usually they cannot be detected outside the spot-spectrum*» et finalement »*The bright lines of which there are six between* b_1 *and* b_4, *are generally about as wide as the components of* b_3 *They are sharply defined at both edges, and are brighter at the center than at the edge, a fact which rather bears in favor of the idea that they are merely interruptions in the dark line series and not really superposed bright lines*» M YOUNG remarque aussi, que c'est surtout dans les parties verte et bleue du spectre qu'il lui a été possible de decomposer de la sorte le spectre des taches

Les observations que j'ai faites confirment amplement la justesse des observations de M YOUNG J'ai en effet vu le spectre des taches perdant tout-à fait l'apparence d'une bande unie plus sombre que le reste du spectre solaire, laquelle il presente dans un spectroscope d'une dispersion moyenne, et montrant de très nombreuses raies sombres, projetees sur un fond du même eclat que le spectre général du disque solaire Ces raies ne sont pas cependant uniformement reparties et à la même distance l'une de l'autre comme les lattes d'une grille Au contraire, on voit avec une pleine sûrete, surtout en portant son attention sur les espaces qui dans le spectre solaire sont vides de toutes raies tant soit peu fortes — je cite comme exemples les lacunes 5352 5361 et 5287,5 5292 — qu'elles sont agroupees en doublets, triplets etc, séparees par des interstices plus larges que ceux qui séparent les raies constituantes de ces groupes Tous les interstices, autant que j'ai pu le voir, m'ont semblé être du même éclat que ceux qui se trouvent entre les groupes des raies dans le spectre solaire En examinant très attentivement le spectre solaire, dans le prolongement d'un tel groupe dans le spectre des taches, il m'est quelquefois arrivé de découvrir un trait nébuleux excessivement faible En un mot, tout ce que j'ai vu, me semble prouver qu'il n'y a pas de différence fondamentale entre le spectre solaire général et celui des taches Il est au contraire fort probable, que celui-ci se forme, pour ainsi dire, par l'exagération des caractères essentiels de celui-là, les raies excessivement faibles, presque imperceptibles, devenant parfaitement visibles, et les raies qui, dans le spectre solaire ordinaire, sont fortes devenant elargies et renforcées La couche absorbante dans les taches ayant, à de legères modifications près, la même composition chimique que celle du photosphère, il est

difficile d'imaginer une autre forme des taches que celle d'une cavité remplie par des gaz métalliques soit tourbillonants comme le veut M Faye, soit en repos comme le croyait Secchi, bien que l'immobilité des raies qui appartiennent au spectre des taches proprement dit, constaté par M Young et moi, semble plus en accord avec la theorie de Secchi Mais on ne saurait guère admettre que les taches aient la forme d'un nuage planant dans l'atmosphère solaire Car les nuages tels que nous les connaissons en l'atmosphère de la terre sont composés de parties demi-fluides, demi-gazeuses, par conséquent à peine demi-diaphanes Il faudrait donc que les nuages solaires eussent un spectre généralement voilé Un spectre composé de raies sombres, nombreuses, sur un fond clair ne saurait être expliqué par cette hypothèse M Young a aussi, dans la note que nous venons de mentionner, emis cette même opinion Il dit »*Of course the resolution of the spot-spectrum into lines tends to indicate that the absorption which darkens the center of a sun-spot is produced, not by granules of solid or liquid matter, but by matter in the gaseous form*»

Si mes observations sur les spectres des taches solaires ne sont pas très nombreuses, elles se sont portées encore plus rarement sur le chromosphère et sur les protubérances La raison en a éte que les opinions généralement émises sur les conditions de la visibilité des raies chromosphériques et des protubérances ne sont pas très exactes On dit en genéral qu'une forte dispersion est indispensable pour les voir, et que plus la dispersion est forte, plus on les aperçoit facilement De ces deux assertions celle-ci est très erronée, et l'autre n est vraie que jusqu'à un certain point

Dejà, pendant les observations que j'ai faites, il y a quelques années, dans le but d'établir la graduation du spectroscope universel de Merz qui appartient à l'observatoire de Lund, j'ai éte frappé du grand eclat des raies chromosphériques quand on n'a introduit, dans cet instrument, que le système à vision directe le plus faible (dispersion $A—G = 5^0$) Pour cette cause, j'ai essayé, après avoir obtenu un autre prisme encore plus faible (dispersion $A—G = 2^0,3$) si ces raies pourraient être vues encore avec cette dispersion très faible du spectroscope universel La réussite fut si complète, même la raie D_3 étant facilement visible malgré l'éclat éblouissant de la partie jaune du spectre quand la lumière solaire directe entrait dans la fente, que je résolus de pousser mes essais encore plus loin en essayant deux spectroscopes tout faibles,

savoir un des petits spectroscopes stellaires, construits par M Heustreu à Kiel, d'après les indications de M Vogel et un encore plus petit spectroscope de M Hilger Pour ces essais il me fallut operer avec une grande prudence, afin d'éviter que la lumière directe n'entrât dans la fente Cependant il m'arriva quelquefois, même sans emploi d'aucun verre rouge d apercevoir la raie C et même une fois la F et la D_3

S'il est prouvé par ces essais qu'on peut apercevoir les raies chromosphériques a l'aide des plus faibles spectroscopes, mes observations avec le grand spectroscope semblent prouver qu'une dispersion et un grossissement trop considérables peuvent totalement empêcher la visibilité des raies en question A mes premieres observations, j'ai fait usage de l'oculaire II et du troisième spectre sans être en état de bien voir seulement la raie C L'observation reussissait à merveille au contraire, quand j'employais l'oculaire I et le spectre du premier ordre, et j'ai pu voir, non seulement les raies spectrales, mais aussi l'image du chromosphère avec ses points et ses filaments avec une netteté bien plus grande que celle que donne le spectroscope de Merz

Cet exposé ne serait pas complet si je negligeais entièrement les inconvénients que présente notre instrument Ils sont causes par ses grandes dimensions et le poids considérable que ses parties différentes ont dû obtenir Ce poids est cause que des flexions se produisent dans certaines parties de l'instrument La plus fâcheuse de ces flexions est celle dans le bras des microscopes et dans les autres parties qui supportent le pesant réseau Ces flexions peuvent faire que parfois les spectres n'entrent pas au champ de vision, ou du moins qu'ils ne coincident pas avec quelqu'un des points où les fils du micromètre se croisent, à moins d'ajuster la position du réseau avant de commencer une observation, et si les observations durent longtemps, il devient parfois, bien que seulement dans des cas exceptionels, nécessaire de la corriger encore une fois, afin d'amener de nouveau cette coincidence La correction dont je viens de parler est un grave inconvénient, les vis de correction sur la cassette qui porte le réseau étant inaccessibles, lorsqu'on a l'œil à l'oculaire de l'instrument, et par conséquent un assistant exercé dans ces corrections étant indispensable à chaque observation

D'ailleurs, l'instrument est assez compliqué et exige par conséquent une foule d'autres corrections, mais on n'a que très rarement à s'occuper d'elles, après que l'instrument a été une fois dûment ajusté

Jusqu'à présent, les seules mesures que j'ai faites avec le spectroscope ont consisté en mesures micrométriques des distances entre

certaines raies du spectre solaire Aussi les erreurs périodiques et progressives de la vis micrométrique sont-elles les seules erreurs dans les appareils de mesure de l'instrument dont je me sois soucié

A l'examen des erreurs périodiques, je me suis servi du même instrument que j'ai employé pour déterminer les erreurs periodiques de la vis micrométrique du réfracteur de Lund[1]) Cependant, la construction différente du micromètre du spectroscope, la vis entraînant aussi avec elle l'oculaire, a nécessité un changement dans l'appareil Il fallut prolonger le microscope d'un tube qui descendait à peu près jusqu'à la plaque supérieure du micromètre, et l'oculaire qui produisait l'image agrandie des fils fut vissé dans ce tube au lieu de l'être dans le micromètre

A cette recherche sur les erreurs périodiques, j'ai cru pouvoir me limiter à celle des valeurs exactes, en parties décimales d'un pas entier de la vis, des différents quatrièmes d'un tour lus sur le tambour J'ai trouvé, en 1887, ce qui suit

	$0^r,0-0^r25$	$0^r,25-0^r,50$	$0^r,50-0^r,75$	$0^r,75-1^r,00$
	0 2520	0 2488	0,2468	0,2524
	0,2512	0 2508	0,2472	0,2508
	0,2511	0,2511	0,2474	0,2504
	0 2513	0,2500	0,2490	0,2497
Moyenne	0,2514	0,2502	0,2476	0,2508

On a donc les vraies valeurs des lectures sur le tambour et les erreurs périodiques suivantes

Lecture	*Lecture corrigee*	*Correction*
$0^r,0000$	$0^r,0000$	$0^r,0000$
0,2500	0,2514	+ 0,0014
0,5000	0,5016	+ 0,0016
0,7500	0,7492	− 0,0008

On voit que les erreurs périodiques trouvées ne surpassent pas de beaucoup leurs erreurs probables et l'erreur inévitable d'une lecture sur le tambour Il devrait donc être permis de les negliger entièrement,

1) N C DUNÉR, *Mesures micrometriques d'etoiles doubles* P XIV et suiv

d'autant plus qu'aux différentes mesures de la distance entre deux raies spectrales il arrive presque inévitablement que les mesures se portent chaque jour sur des parties différentes de la vis, et que par conséquent ces erreurs s'éliminent presque entièrement dans la moyenne d'un grand nombre de mesures Cependant j'ai préféré de rien négliger, et j'ai deduit la formule suivante pour les corrections qu'il convient d'appliquer aux lectures

$$\text{Corr} = + 0^r{,}0006 + 0^r{,}0014 \operatorname{Sin} (i - 36^0)$$

Cette formule donne pour

v =	0^0	90^0	180^0	270^0
Err pér =	$-0^r{,}0002$	$+0^r{,}0017$	$+0^r{,}0014$	$-0^r{,}0005$
Obs − calcul =	+ 0,0002	− 0,0003	+ 0,0002	− 0 0003

A l'aide de la formule trouvée, j'ai calculé la table suivante qui donne les corrections, exprimées en unités de la quatrième décimale, qu'il faut appliquer aux lectures sur le tambour

Table des erreurs periodiques en 1887

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0^r 0	− 2	− 1	− 1	+ 0	+ 1	+ 2	+ 3	+ 4	+ 4	+ 5
0,1	+ 6	+ 7	+ 8	+ 9	+ 9	+10	+11	+12	+13	+13
0 2	+14	+15	+15	+16	+16	+17	+17	+18	+18	+19
0 3	+19	+20	+20	+20	+20	+20	+20	+20	+20	+20
0,4	+19	+19	+18	+18	+18	+17	+16	+16	+15	+15
0,5	+14	+13	+13	+12	+11	+10	+ 9	+ 9	+ 8	+ 7
0,6	+ 6	+ 5	+ 4	+ 4	+ 3	+ 2	+ 1	+ 0	− 1	− 1
0,7	− 2	− 3	− 4	− 4	− 5	− 6	− 6	− 6	− 7	− 7
0,8	− 7	− 8	− 8	− 8	− 8	− 8	− 8	− 8	− 8	− 8
0,9	− 7	− 7	− 7	− 6	− 6	− 6	− 5	− 4	− 4	− 3

En 1888, il m'a fallu réitérer ces recherches En construisant le micromètre, M Jurgensen avait commis l'erreur de faire le ressort à boudin trop court Par conséquent, celui ci exerçait une si forte pression sur la vis, lorsqu'on s'avançait aux plus hautes valeurs de l'échelle des tours entiers, qu'il était presque impossible d'atteindre la lecture 40,0 et pas prudent de surpasser la lecture 33 Je priai donc M Jurgensen de remédier à ce défaut pendant l'hiver 1887—1888, en changeant le

micromètre de sorte que le ressort pût avoir presque la double longueur Ce travail, pendant lequel le micromètre fut complètement démonté, occasionna naturellement aussi un changement très sensible dans les erreurs de la vis J'ai donc, pendant l'été de 1888, entrepris une nouvelle détermination aussi des erreurs périodiques, détermination qui a donné les resultats suivants

Tour	*0',00–0',25*	*0',25–0',50*	*0',50–0',75*	*0',75–1',00*
19	0,2486	0,2497	0,2520	0,2497
	0 2465	0 2496	0,2522	0,2517
	0 2503	0,2492	0,2521	0,2484
	0 2489	0,2502	0 2505	0,2505
20	0,2482	0,2503	0,2516	0 2500
	0 2471	0 2503	0,2534	0 2495
	0 2503	0 2501	0,2511	0,2485
	0,2499	0,2499	0,2530	0 2494
Moyennes	0 2487	0,2499	0,2520	0 2494

On a donc les vraies valeurs suivantes des lectures sur le tambour et par conséquent les erreurs periodiques qui suivent

Lecture	*Lecture corrigée*	*Correction*
0' 0000	0' 0000	0',0000
0,2500	0 2487	– 0,0013
0 5000	0,4986	– 0 0014
0,7500	0 7506	+ 0 0006

Ces corrections donnent la formule suivante pour les corrections qu'il faut appliquer aux lectures

$$\text{Corr} = -0^r,0005 + 0^r,00117 \,\text{Sin}\,(v + 137^0)$$

Les erreurs restantes sont resp

Obs – Calcul – 0',0003 + 0' 0001 – 0' 0001 + 0',0002

En comparant cette formule à celle trouvée plus haut, on voit que les erreurs périodiques de la vis sont restées les mêmes, mais que le tambour a été tourné de 180° sur l'arbre de la vis

A l'aide de cette formule, on obtient la suivante

Table des erreurs périodiques en 1888 et 1889

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	+ 3	+ 2	+ 2	+ 1	+ 1	0	− 1	− 2	− 3	− 3
0,1	− 4	− 5	− 6	− 6	− 7	− 7	− 8	− 9	−10	−11
0,2	−11	−12	−12	−13	−14	−14	−15	−15	−15	−16
0,3	−16	−16	−16	−16	−17	−17	−17	−16	−16	−16
0,4	−16	−16	16	−15	−15	−15	−14	−14	−14	−13
0,5	−13	−12	−12	−11	−11	−10	− 9	− 9	− 8	− 7
0,6	− 6	− 6	− 5	− 4	− 4	− 3	− 3	− 2	− 1	0
0,7	+ 1	+ 2	+ 3	+ 3	+ 4	+ 4	+ 5	+ 5	+ 5	+ 6
0,8	+ 6	+ 6	+ 6	+ 6	+ 7	+ 7	+ 7	+ 6	+ 6	+ 6
0,9	+ 6	+ 6	+ 6	+ 6	+ 5	+ 5	+ 4	+ 4	+ 3	+ 3

J'ai dit plus haut que les fils qui sont ménagés dans le micromètre forment, dans le champ de vision, un petit rhombe dont la plus petite diagonale est parallèle à l'extension longitudinale du spectre Cette diagonale étant à peu près égale à deux tours de la vis micrométrique, je l'ai mesurée, sous le même microscope que j'ai employé à la détermination des erreurs périodiques, mais avec des tours différents de la vis du micromètre Il est évident que, si la vis était exempte d'erreurs progressives, on devrait obtenir partout la même valeur de cette diagonale En effet, j'ai trouvé des valeurs qui montrent assez distinctement que la valeur d'un tour n'est pas partout exactement la même Cependant, les valeurs trouvées en 1887 ne suivent pas la loi à laquelle elles devraient obeir, si les erreurs étaient simplement proportionnelles aux numéros des tours employés Car, tandis que les valeurs trouvées ne diffèrent que très peu l'une de l'autre entre 3^r et 27^r, elles augmentent sensiblement entre 27^r et 39^r, par conséquent, les pas de la vis diminuent de plus en plus entre ces limites Cette diminution rappelle l'action qui devait se produire par une pression qui, d'abord faible, allât en augmentant d'intensité à mesure qu'on se rapproche du bout de la vis En effet nous avons déjà fait observer que le ressort à boudin qui devait prévenir les pas perdus de la vis était trop court et, que par conséquent, la pression qu'il exerçait devenait très dure dans les derniers pas de la vis

Trois séries de mesures ont donné, pour la longueur de la diagonale mentionnée du rhombe formé par les fils du micromètre, les valeurs suivantes, exprimées en unités des tours de la vis du micromètre

Pas moyen	*Ser 1*	*Ser 2*	*Ser 3*	*Moyenne*	*Err resid*
4r 0	2,089	2,088	2,089	2,0887	− 20
6,0	091	092	092	0917	+ 20
8,0	991	086	090	0890	− 1
10,0	084	088	089	0870	− 14
12,0	089	087	087	0877	− 3
14,0	089	089	088	0887	+ 7
16 0	088	091	088	0890	+ 7
18 0	089	089	086	0888	− 1
20,0	090	089	088	0890	− 4
22,0	089	090	088	0890	− 10
24 0	089	091	093	0910	+ 2
26 0	090	091	093	0913	− 2
28 0	094	093	093	0933	+ 9
30,0	094	092	092	0927	− 4
32,0	093	095	092	0930	− 7
34 0	094	094	092	0933	− 18
36 0	100	092	101	0977	+ 20
38 0	096	098	095	0963	− 3

Pour mieux éliminer les erreurs accidentelles, j'ai réuni successivement ces moyennes, trois à trois, aux nouvelles moyennes suivantes

Pas moyen	*Observation*	*Calcul*
6,0	2,0898	2,0897
8,0	0892	0891
10,0	0879	0885
12 0	0878	0881
14 0	0885	0881
16,0	0888	0883
18,0	0889	0889
20,0	0889	0894
22,0	0898	0900
24,0	0904	0907
26 0	0919	0914
28,0	0924	0922
30 0	0931	0929
32 0	0931	0937
34 0	0948	0946
36,0	0958	0954

Ensuite, j'ai marqué les donnés ainsi obtenus sur du papier quadrillé, de sorte, que j'ai pris les numeros des pas entiers pour abscisses et les distances trouvées pour ordinates, après quoi j'ai tracé une courbe

parabolique aussi près que possible des points ainsi dessinés Par des mesures sur cette courbe, j'ai obtenu des valeurs interpolées pour 0,1 etc Puis, j'ai divisé tous ces nombres par celui qui est valable pour 20,0 et enfin, j'ai interpolé au milieu En partant du nombre valable pour 20,0 qui naturellement est 20,0000, j'ai, des deux côtés, soustrait resp additionne les valeurs trouvees, et après avoir soustrait les nombres entiers (0 jusqu'à 40) j'ai trouvé la suivante

Table des erreurs progressives de la vis en 1887

Lecture	*Corr*	*Lecture*	*Corr*
0^r,0	− 4	21,0	− 1
1,0	− 18	22,0	− 3
2,0	− 30	23,0	− 7
3 0	− 39	24,0	− 12
4,0	− 46	25,0	− 20
5,0	− 52	26,0	− 29
6,0	− 54	27 0	− 40
7,0	− 55	28,0	− 53
8 0	− 54	29,0	− 68
9,0	− 52	30,0	− 85
10,0	− 48	31,0	− 103
11,0	− 43	32,0	− 124
12,0	− 36	33,0	− 146
13,0	− 30	34,0	− 171
14,0	− 23	35,0	− 198
15,0	− 17	36,0	− 227
16,0	− 11	37,0	− 258
17 0	− 6	38,0	− 291
18 0	− 3	39,0	− 326
19,0	− 1	40,0	− 365
20,0	0		

C'est en combinant ces corrections avec la valeur 2,0894 à 20^r,0 que j'ai obtenu les valeurs calculées de la plus petite diagonale du rhombe formé par les fils du micromètre

En répétant, en 1888, cette même recherche, j'ai mesuré, au lieu du diamètre du rhombe formé par les fils du micromètre, le côté d'un petit réseau tracé sur glace En faisant les mesures de la manière déjà expliquée, j'ai obtenu les valeurs suivantes

Pas Moyen	*Ser 1*	*Ser 2_1*	*Ser 2_2*	*Ser 3*	*Ser 4*	*Ser 5*	*Ser 6_1*	*Ser 6_2*	*Moyennes*
2 0	3,9282	3 9362	3,9346	3,9329	3 9404	3,9432	3,9341	3 9408	3,9363
6,0	9359	9444	–	9421	9420	9496	9458	9401	9428
10,0	9463	9468	-	9473	9464	9421	9468	–	9460
14 0	9402	9433	–	9428	9451	9409	9413	–	9434
18,0	9394	9438	–	9393	9469	9426	9452	–	9429
22,0	9382	9428	–	9399	9434	9361	9433	–	9406
26 0	9409	9401	–	9432	9387	9428	9346	–	9401
30 0	9441	9434	–	9453	9353	9467	9415	9449	9430
34,0	9424	9412	–	9425	9389	9437	9392	–	9413
38,0	9372	9374	–	9394	9374	9339	9357	–	9368

Puis, j'ai marqué les moyennes sur du papier quadrillé et par des mesures sur la courbe menee aussi près que possible par les points ainsi marqués, j'ai trouve des valeurs pour 0,5 1,5 etc jusqu'à 39,5 Après avoir divisé ces nombres par celui qui est valable pour 20,0, j'ai déduit d'une méthode analogue de celle employée pour les mesures en 1887 la suivante

Table des erreurs progressives de la vis en 1888 et 1889

Lecture	*Corr*	*Lecture*	*Corr*
0^r,0	+ 43	21^r,0	+ 1
1 0	+ 60	22,0	+ 2
2 0	+ 73	23,0	+ 5
3,0	+ 82	24,0	+ 8
4,0	+ 88	25,0	+ 11
5 0	+ 90	26,0	+ 13
6 0	+ 88	27,0	+ 14
7,0	+ 83	28,0	+ 14
8 0	+ 75	29,0	+ 12
9 0	+ 65	30,0	+ 9
10 0	+ 55	31,0	+ 6
11,0	+ 45	32,0	+ 3
12,0	+ 36	33,0	+ 1
13 0	+ 28	34,0	+ 0
14,0	+ 20	35,0	+ 1
15 0	+ 14	36,0	+ 5
16,0	+ 9	37,0	+ 12
17,0	+ 5	38,0	+ 22
18 0	+ 2	39,0	+ 34
19,0	+ 1	40,0	+ 50
20,0	0		

En m'accordant la somme dont j'ai parlé en commençant, le conseil d'administration de »Lars Hjertas Minne» avait exprimé le désir que le spectroscope fût employé à une recherche aussi approfondie que possible sur la question de savoir, si la longueur d'onde d'un rayon lumineux monochromatique est altérée proportionellement au mouvement de la source lumineuse selon le »principe de DOPPLER», dont la justesse a été si vivement contestée Cependant, avant de passer aux observations à l'aide desquelles je crois avoir tranché la question, il me faut d'abord rendre compte, au moins sommairement, des travaux antérieurs sur ce champ de recherches si éminemment intéressant

En 1842, CHRETIEN DOPPLER publia son fameux memoire sur la lumière colorée des étoiles doubles[1]) Dans ce mémoire, il soutient d'abord[2]) la thèse fondamentale que, quand on parle des ondes lumineuses ou acoustiques comme les causes des perceptions de la lumière ou du son, et non seulement comme des procès objectifs, il ne faut pas demander dans quels intervalles de temps et avec quels dégrés d'intensités ces vibrations se font en réalité, mais plutôt dans quels intervalles de temps et avec quelle force elles sont reçues et perçues par l'œil ou l'oreille d'un observateur quelconque Car la couleur et l'intensité d'un rayon lumineux, ainsi que la hauteur et la force d'un ton musical dépendent de ces determinations purement subjectives et non pas des procédés réels Par consequent, s'il arrive, en quelque sorte, qu'il y ait une différence entre le procedé objectif et le résultat subjectif, il faut indubitablement se tenir aux déterminations subjectifs

Partant de ce théorème, qu'on peut bien avoir tout lieu de considérer comme axiomatique, DOPPLER passe à l'examen de l'influence d'un mouvement soit de l'observateur, soit de la source lumineuse Sa manière de raisonner — abstraction faite de quelques inexactitudes, probablement des erreurs typographiques — est d'ailleurs la suivante

Soit (Fig 1) Q la source lumineuse, supposée en repos, A et O resp le commencement et la fin d'une onde lumineuse et soit O la position de l'observateur au moment, où la vibration est arrivee en A et soit α la vitesse avec laquelle l'observateur est entrainé dans la direction OQ, soit a la vitesse de la lumière, n le temps que la lumière emploie

1) *Uber das farbige Licht der Doppelsterne und einiger anderer Gestirne des Himmels — Versuch einer das Bradleysche Aberrationstheorem als integrirenden Theil in sich schliessenden allgemeineren Theorie Abhandlungen der konigl Bohmischen Gesellschaft der Wissenschaften* V Folge Bd 2

2) l c p 469 § 2

pour passer de A à O et x le temps qu'elle met a parvenir à l'observateur en O' Alors on a

$$OA = an\ , \qquad O'A = ax\ , \qquad OO' = \alpha x$$

Par conséquent

$$ax + \alpha x = an$$

ou si le mouvement du point O est dirigé dans le sens opposé

$$ax - \alpha x = an\ ,$$

donc

$$x = \frac{an}{a \pm \alpha} \tag{1}$$

Si au contraire le point d'observation est immobile, tandis que la source lumineuse se rapproche ou recède avec une vitesse α , il faut, avant tout, tenir compte de l'influence de ce mouvement sur l'onde la plus rapprochée de la source lumineuse, les ondes déjà formées ne pouvant plus s'altérer par leur passage à travers l'espace jusqu'à l'observateur éloigné

Pendant que la première onde passe de Q à A (Fig 2) en parcourant un chemin égal à an , la source lumineuse même s'est transportée à Q' en parcourant un chemin égal à αn , et il faut que la seconde onde s'exécute dans le temps nécessaire à la lumière pour parcourir l'éspace AQ' Ce temps étant égal à x , AQ' devient égal à ax et l'on a

$$an - \alpha n = ax$$

d'où

$$x = \left(\frac{a - \alpha}{a}\right) n$$

ou

$$x = \left(1 - \frac{\alpha}{a}\right) n \tag{2}$$

Si au lieu de s'approcher de l'observateur, la source lumineuse s'en éloigne, la formule (2) se transforme en

$$x = \left(1 + \frac{\alpha}{a}\right) n \tag{3}$$

Dans les trois formules (1), (2) et (3) est compris le »principe de Doppler». Doppler lui même croyait, à l'aide de ce principe, pouvoir expliquer bien des phénomènes célestes jusque là inexpliqués, savoir, les couleurs des étoiles doubles les étoiles nouvelles et variables, etc., mais les conclusions auxquelles il arrivait n'étaient pas justes. En effet, le mouvement d'une étoile quelque rapide qu'il soit ne saurait produire un changement de couleur ni d'éclat, que sous des circonstances exceptionnelles. Car la lumière de la plupart des étoiles semble consister en des rayons de toutes longueurs d'onde possibles, les rayons visibles etant bordes des deux côtés par des rayons invisibles dont les longueurs d'onde sont resp. plus grandes ou plus petites. Si donc les longueurs d'onde des rayons émanées d'une étoile étaient soit raccourcies, soit rallongees par le mouvement de l'étoile, le seul effet serait que certains rayons d'un des côtés du spectre visuel déviendraient invisibles, mais en même temps remplacees par d'autres rayons qui, bien qu'en realité d'une longueur d'onde plus grande ou plus pétite, presenteraient à l'observateur absolument les mêmes couleurs que les rayons dévenues invisibles. Un changement de couleur ne pourrait se produire que dans le cas où l'un des côtes du spectre serait réduit par de fortes absorptions dans l'atmosphère de l'étoile. Mais dans ce cas, ces absorptions seules suffisent amplement pour expliquer les couleurs de ces étoiles, sans qu'on ait besoin de recourir a l'hypothèse peu probable d'un mouvement assez rapide pour produire un changement considérable des longuers d'onde des rayons.

Peut-être le principe de Doppler doit-il sa célébrité en premier lieu à la grande portee que son auteur croyait pouvoir y attribuer. Autrement on n'aurait guère eu besoin de tant de persevérance et d'un tel excès d'érudition pour chercher à renverser une theorie qui réellement etait sans influence sur les mesures spectrales les plus raffinees qu'on était alors en état de faire.

Le premier, qui porta un jugement sur la théorie de Doppler fut Bolzano[1]) qui non seulement était un partisan de cette théorie, mais qui aussi cherchait à écarter une difficulté à laquelle Doppler lui-même la croyait sujette, savoir, qu'elle serait compromise sinon entièrement refutee, si l'opinion était fondee que la lumière consiste en des vibrations transversales. Bolzano fait en effet valoir, que les fondateurs de cette hypothèse déduisent les couleurs exclusivement de la vitesse de la lumière dans son mouvement progressif.

---

1) Poggendorffs *Ann.* 1843. T. 60. p. 83 et suiv.

BUYS BALLOT cherchait aussi a consolider la partie physique de la théorie en faisant des expériences acoustiques sur le chemin de fer entre Utrecht et Maarsen [1]) Il examinait tantôt en se plaçant tout près du chemin de fer le ton émis par un instrument musical joué par un musicien placé sur une locomotive lancée à toute vitesse et il trouvait toujours le ton le plus éleve quand la locomotive s'approche et le plus bas quand elle s'éloignait, tantôt, en se plaçant lui-même sur la locomotive, et mettant le musicien tout près des rails, il trouvait aussi des élevations ou des abaissements du ton dans le sens voulu par la théorie Il va sans dire qu'il se déclara comme adhérent à cette partie de la théorie et en outre trouva indiscutable qu'elle fût valable aussi pour les ordres lumineuses

BUYS BALLOT était au contraire un adversaire décidé de l'application de la théorie Dopplerienne, sur l'explication des couleurs des étoiles, et il allégua [2]), entre autres raisons, contre elle celle que nous avons déjà exposée Contrairement à DOPPLER, BUYS BALLOT croyait que les couleurs des étoiles etaient causées par leur nature différente, et cite à l'appui de son opinion les différences qu'avait trouvé FRAUNHOFER entre les spectres de différentes étoiles et il conclut en disant qu'il serait intéressant d'etendre les recherches spectrales de FRAUNHOFER aux étoiles variables On sait que ces voeux ont été réalisés, bien que vingt annees se fussent écoulées avant qu'aucun astronome n'embrassât l'opinion qu'il y avait quelque chose à gagner à l'étude des spectres stellaires

DOPPLER cherchait à attenuer les objections de BUYS BALLOT [3]) mais il faut reconnaitre que sa défense n'est pas très heureuse D'ailleurs, cette partie de sa théorie ayant eté complètement réfutée par l'analyse spectrale de la lumière des étoiles il n'y a aucune raison de s'y arrêter

M FIZEAU communiqua en 1848 à la Société Philomatique [4]) une note sur cette question qu'il a plus tard fait réimprimer [5]) Il commence par la remarque que si l'on considère un corps émettant un son toujours

---

1) POGG *Ann* 1845 1 66 pp 321—351

2) L c § 13

3) POGG *Ann* 1846 T 68 p 1

4) Il ne m'a pas été possible de trouver un exemplaire du Bulletin de la Société Philomatique pour 1848 Pas meme la grande Bibliothèque Nationale de France ne possédait un seul des tomes de la première série de ce bulletin

5) *Annales de Chimie et de Physique* IV Série Tome IX (1870) p 211—221

identique et si l'on suppose qu'on lui imprime un mouvement de translatation rapide, il faut que, l'air environnant ne participant pas au mouvement, les ondes sonores se propagent independamment du mouvement du corps vibrant, de sorte qu'en avant les ondes successives soient plus rapprochées, en arrière plus éloignées, et que leurs distances soient à droite et à gauche les mêmes que si le corps sonore était en repos Alors un observateur placé dans ces diverses positions percevra des sons plus aigus, s'il est en avant, plus graves s'il est en arrière On peut aussi considérer le cas inverse, celui ou l'observateur est en mouvement et le corps sonore fixe, cette supposition conduit à des conséquences semblables

M FIZEAU a aussi cherché à constater l'existence de ces phénomènes par des expériences Dans ce but, il a employé une roue tournante de 0,5^{m} de rayon qui portait sur son bord et perpendiculairement à lui une carte qui à la rotation de la roue rencontrait les dents de l'un ou de l'autre de deux arcs de 20^{0} qui se trouvaient au-dessus et au-dessous de la roue Chacun de ces arcs portait cinq dents Lorsque la roue fut mise en mouvement, le choc de la carte sur les dents fixes produisit un son qui varia avec la position, de sorte que l'observateur, placé à quelques mètres en avant de l'appareil entendit un son plus aigu, tandis qu'en arrière le son était plus grave que celui qu'on entendait en se plaçant près de l'appareil L'expérience devenait encore plus frappante par l'arrangement qu'avait pris M FIZEAU que pendant quelques instants le son ne fût produit que par l'arc supérieur, puis aussitôt après par l'arc inférieur et ainsi alternativement De cette façon M FIZEAU pouvait constater les intervalles donnés par le calcul, le demi-ton, le ton et la tierce mineur, et la tierce majeure s'obtenait encore La vérification de la théorie était donc parfaite

Puis M FIZEAU passe aux variations de longueur d'onde que doivent subir les raies spectrales du soleil et des étoiles Il trouve que l'enorme vitesse de la lumière est un grand obstacle à la vérification des formules, mais il exprime cependant l'espoir qu'elle réussira

M FIZEAU avait non seulement appuyé la théorie de DOPPLER par son développement théorique, mais il en avait aussi donné une vérification expérimentale relative aux ondes acoustiques SESTINI [1]) croyait pouvoir faire de même pour les ondes lumineuses Il donne d'abord la démonstration suivante de la théorie

1) GOULD *Astronomical Journal* 1850 Vol I pp 88-90

Soit E (Fig 3) l'oeil et P le point lumineux Soit t le temps qu'il faut à une ondulation pour parcourir la distance PE et soit $t+\vartheta$ le temps pendant lequel la même ondulation parcourt la distance $P'E$ et soit n le nombre des ondulations pendant une seconde Si P se transporte en P' dans T secondes, il faut que la première des nT ondulations qui se sont formées pendant ce temps arrive en E après t secondes et que la dernière d'elles y parvienne après le temps $(t+\vartheta)+T$, donc, $(t+\vartheta)+T-t$ étant égal à $T+\vartheta$, il faut que nT vibrations dans l'oeil de l'observateur pendant le temps $T+\vartheta$ correspondent au même nombre de vibrations faites par le point lumineux dans T secondes Si, au contraire, le point est immobile en P, toutes les vibrations depuis la première jusqu'à la dernière exigent le même temps t pour arriver à E, et par conséquent l'oeil est frappé par nT vibrations pendant le temps T Par conséquent, le nombre de pulsations qui rencontre la rétine pendant un intervalle donné est différent si le point lumineux est en repos ou en mouvement et la relation est comme

$$1 \quad \frac{T}{T+\vartheta}$$

Si le point lumineux se meut vers E la relation dévient

$$1 \quad \frac{T}{T-\vartheta}$$

SESTINI s'imaginait avoir trouve une verification expérimentale de cette theorie, ayant cru avoir constaté des variations dans la couleur de certaines étoiles Inutile de dire que les évaluations des couleurs des étoiles sont trop peu sûres pour qu'on puisse admettre ces con clusions

DOPPLER était cependant d'un avis tout différent Il déclare [1]) qu'il est maintenant prouvé que toutes les étoiles sont en effet blanches ou blanc jaune clair et que les couleurs plus prononcées qu'on aperçoit dans quelques-unes sont produites par leurs mouvements propres Il est même porté à regarder les différences qu'il y a entre les évaluations de couleur faites par SESTINI à Rome et à Georgetown comme ayant une origine objective, par conséquent, comme étant causées par un changement dans la direction ou dans la vitesse des mouvements Il trouve

1) *Sitzungsberichte der Wiener Akad* 1852 $^{22}/_{1}$ T VIII pp 91—97

cet avis appuyé par la circonstance que Sestini avait en général vu les étoiles doubles présenter des couleurs différentes à Rome et à Georgetown Il croit par conséquent qu'on pourrait bien établir sur les changements des couleurs dans les étoiles d'importantes recherches sur leurs mouvements

Jusque là Doppler avait eu la satisfaction de voir sa théorie acceptée presque sans réserve, malgré l'étonnement qu'elle avait éveillé d'abord, et de plus, toutes les expériences qu'on avait faites l'avaient confirmé ou du moins n'avaient en aucune façon été en désaccord avec elle Mais dans le même fascicule des *Sitzungsberichte* où se trouve la dernière note de Doppler, Petzval a publié un mémoire intitulé *Ueber ein allgemeines Princip der Undulationslehre Gesetz der Erhaltung der Schwingungsdauer* [1]), dans lequel, sans faire d'ailleurs allusion à la théorie de Doppler, il commence par faire une rigoureuse distinction entre »la petite et la grande science» Pour celle-là, il compte entre autres les observations p ex »celles qui conduisaient à la découverte des lois de Kepler» pour celle-ci »*die riesigen Denkmethoden der mathematischen Wissenschaften*» Fidèle à ces principes, il passe ensuite à une recherche mathématique sur les vibrations, produites par une source lumineuse ou acoustique dans un milieu où les molécules se trouvent en mouvement rectiligne Il parvient par l'intégration des équations différentielles auxquelles le problème le conduit à ce résultat, que, *dans tout mouvement oscillatoire la durée des oscillations est une constante qui ne dépend ni de la densité du milieu ni des courants qui peuvent se trouver au dedans de lui* Il avoue, cependant, que l'amplitude des oscillations et même leur longueur d'onde pourraient bien être sujettes à des variations, causées par ces courants Il croyait par cette déduction »avoir érigé un phare, capable de protéger les moins expérimentés contre certains bancs et récifs qui se trouvent au milieu de l'océan de la science»

Doppler et von Ettingshausen, qui depuis ce temps se joignait à lui comme allié, étaient cependant d'une opinion tout différente sur la portée et l'importance du principe de Petzval pour la question dont il s'agissait Doppler [2]) fit valoir que Petzval s'était tenu exclusivement aux procès intérieurs, purement objectifs et mécaniques Mais quand on s'occupe de ceux-ci, il ne faut pas — sous peine d'être mal compris —

---

1) *Sitzungsberichte der Wiener Akad der Wissensch* 1852 Jan 22 T VIII, pp 134—156

2) *Sitzungsber der Wiener-Akad* 1852 T VIII pp 587—593

identifier les notions corrélatives, mais qu'on ne peut pas directement substituer les unes aux autres, de ton et de couleur, lesquelles n'ont trait qu'aux sentiments, on ne doit pas même employer de tels mots. Quant à l'influence du mouvement sur le ton ou sur la couleur, DOPPLER fait observer qu'elle peut être prouvée avec toute sûreté possible sans qu'on ait besoin de faire des expériences. Si une source lumineuse A émet dans chaque seconde n ondes, il est évident qu'un point B en reçoit n dans chaque seconde, aussi longtemps que la distance AB est invariable. Mais si cette distance augmente ou diminue par le mouvement de l'un ou des deux points, il faut que le nombre des ondes reçues soit resp. plus petit ou plus grand, les ondes ayant à parcourir un chemin qui devient de plus en plus grand ou petit. Mais quand la vitesse est constante, un chemin plus petit est parcouru dans un temps plus court et un plus grand nombre d'ondes arrivées en B est la conséquence necessaire d'un temps de trajet plus court. Ces considérations sont d'une nature purement phoronomique et n'ont rien à faire avec les procès intérieurs de la formation des ondes. Suppose-t-on le point B remplacé par un observateur, on voit que *quand une source lumineuse ou acoustique et un observateur s'approchent ou s'éloignent l'une de l'autre, la couleur ou le ton subit une variation correspondante*. Cette thèse étant évidente par elle-même, elle n'a pas proprement besoin d'être prouvée par des expériences. De ce que PETZVAL néglige les expériences faites par BUYS BALLOT et autres, il fait preuve du peu d'estime qu'il a en général pour les observations. Mais aussi les équations différentielles peuvent tromper si l'on ne les interprète avec jugement. En même temps que DOPPLER, VON ETTINGSHAUSEN fit ressortir [1]) une thèse, reconnue depuis longtemps par les mathématiciens, savoir que, quand il s'agit du mouvement imprimé à un milieu élastique par l'influence d'un corps oscillant, pendant un certain laps de temps, chaque impulsion exercée pendant un temps infiniment petit offre un état initial spécial du milieu, lequel produit sa propre action. Le mouvement dans chaque point du milieu, à un moment suivant, est le résultat de la réunion des mouvements individuels qui se produisent au point en question au moment donné. Cette thèse conduit, pourvu que le corps se trouve dans un mouvement progressif, précisément à la théorie de DOPPLER. D'ailleurs, les ondes préliminaires, remplissant toute l'espace qui forment l'objet des recherches de PETZVAL, ne sont pas celles qui influencent nos organes en qualité de lumière ou

1) *Sitzungsber. der Wiener-Akademie*, T. VIII, p. 593–594.

de son, mais elles ne sont que des moyens pour parvenir aux ondes réellement efficaces qui sont obtenues par leur composition.

Déjà, avant que Doppler et von Ettingshausen eussent présenté à l'Académie des sciences de Vienne ces objections contre la critique de Petzval, celui ci avait dû remarquer, pendant des entretiens avec plusieurs savants qu'on ne partageait nullement la réfutation de la théorie de Doppler. A cause de cela, il publia encore deux mémoires sur le même sujet[1]. Dans le premier, il commence par une attaque nouvelle contre les »manières populaires de voir» en faisant des objections contre l'idée que les ondes lumineuses ou acoustiques sont quelque chose de progrédiant, de matériel qui fait sur l'oeil ou l'oreille l'impression de différents couleurs ou de différents tons, par les chocs plus ou moins nombreux qu'il exerce sur ces organes. Si l'on leur attribue en outre la réalité, il est évident que l'oeil ou l'oreille accepte un nombre plus grand ou plus petit d'ondes à mesure que l'observateur se rapproche ou s'éloigne de la source d'oscillation. Mais selon Petzval il n'y a, dans les ondes, absolument rien de matériel et de progressif, mais seulement une forme, c'est à dire le lieu géometrique où un certain cosinus a la valeur 1. On ne peut non plus parler d'aucun choc ou coup. Ce qu'il y a d'ailleurs d'incorrect, dans les »idées populaires» c'est qu'on a admis

1° que le milieu transmet l'oscillation, mais non pas le mouvement progressif de la source.

2° que l'oscillation n'est pas communiquée au milieu et à l'oeil ou à l'oreille pendant un certain laps de temps, mais soudainement par une sorte de choc ou d'explosion.

Chacune de ces suppositions suffirait à elle seule pour rendre fausse la théorie du procédé qu'on voudrait y établir.

Pour mieux éclaircir la question, Petzval entreprenait une telle recherche en partant de cette supposition qu'une oscillation est imposée à un milieu, de telle sorte que les molécules qui se trouvent dans un plan acceptent une phase d'oscillation, ceux qui se trouvent dans le plan voisin, la phase suivante, etc., de sorte que le point où a lieu l'agitation se déplace dans l'espace. Alors l'onde plane se divise en au moins deux qui se meuvent avec la même vitesse constante dans des sens opposés. Si donc le déplacement primitif du point est $\xi = 2f(x)$ où $f(a)$ n'a une

1) *Sitzungsber der Wiener-Akad* (1852 $^{21}/$ et $^{1}/_{6}$) VIII p 567—586 et IX p 699—737

valeur qui diffère sensiblement de zero que dans le voisinage de $x = 0$, on a après le temps t

$$\xi = f(x - st) + f(x + st)$$

Cette expression ne diffère sensiblement de zéro que dans le voisinage de

$$x = + st \text{ ou } x = - st$$

S'il y a en outre une suivante agitation correspondante au temps $t = \vartheta$ et qui a lieu dans un plan parallèle au premier et qui est à une distance égale à b de lui, on a le déplacement

$$\xi' = f[x - b - s(t - \vartheta)] + f[x - b + s(t - \vartheta)]$$

S'il y a enfin un nombre illimité de très petites agitations qui ont lieu dans le laps de temps infiniment petit $d\vartheta$, dont l'intensité est proportionnelle à $d\vartheta$ et dont le lieu géométrique avance dans l'espace avec la vitesse c, on a pour chacune d'elles

$$b = c\vartheta \ ,$$

et le déplacement ξ devient

$$\xi = \int_0^t f[x - c\vartheta - s(t - \vartheta)]\, d\vartheta + \int_0^t f[x - c\vartheta + s(t - \vartheta)]\, d\vartheta$$

Si, au contraire, l'agitation progressive était de nature périodique et son intensité n'etait pas proportionnelle à $d\vartheta$, mais p ex au produit $\frac{\sin k\vartheta}{t} d\vartheta$, on aurait

$$\xi = \int_0^t f[x - c\vartheta - t(t - \vartheta)] \sin k\vartheta \quad d\vartheta + \int_0^t f[x - c\vartheta + s(t - \vartheta)] \sin k\vartheta \quad d\vartheta$$

Pour effectuer l'integration, on fait les substitutions

$$\left.\begin{array}{l} x - c\vartheta - s(t - \vartheta) = u \\ x - c\vartheta - s(t - \vartheta) = u' \end{array}\right\}$$

et l'on obtient

$$\xi = \frac{C}{s-c} \sin \frac{k}{s-c}(st-a) - \frac{C'}{s+c} \sin \frac{k}{s+c}(st+r)$$

Cette expression représente deux traits d'ondes dont les amplitudes sont proportionnelles à

$$s-c \quad \text{et} \quad s+c$$

et dont les longueurs d'onde sont

$$\frac{2\pi(s-c)}{k} \quad \text{et} \quad \frac{2\pi(s+c)}{k}.$$

En outre, les mouvements de ces deux traits d'ondes se font, dans l'espace, dans des directions qui sont diamétralement opposées l'une à l'autre.

PETZVAL lui-même désapprouve absolument les résultats auxquels il est parvenu, comme étant basés sur une fausse hypothèse. Cependant, si l'on a moins de préjugés que n'avait PETZVAL, on remarquera, qu'en raison du peu de diamètre des corps sonores, le milieu ambiant ne prendra qu'une très faible part à leur mouvement. Quand il s'agit de la lumière, il semble indubitable, et même un adversaire aussi décidé de la théorie Dopplerienne que l'était VAN DER WILLIGEN le reconnait, que les corps célestes n'entrainent pas du tout l'éther avec eux. Par conséquent, les formules de PETZVAL ne prêtent à aucune objection quant à la lumière.

Si d'autre part on considère la portée de ces formules sur la question qui nous occupe, on remarque qu'elles tranchent la question précisément en faveur de la théorie Dopplerienne, c'est à dire qu'il y a, en avant, des ondes raccourcies et en arrière des ondes prolongées.

Dans la suite de ce mémoire, PETZVAL continue ses attaques contre la théorie de DOPPLER, et il fait aussi entrevoir ce qui lui déplaisait si souverainement en elle, en demandant »que d'utile pour le calculateur peut d'ailleurs se trouver dans une déduction de huit lignes, basée seulement sur la théorie des équations du premier dégré avec un seul inconnu?» Ce que PETZVAL regrettait, dans la théorie, était sans doute l'emploi des équations différentielles sans lesquelles selon lui une théorie ne peut jamais entrer dans la catégorie de la »grande science». En passant ensuite à une recherche plus profonde PETZVAL se propose de

mettre en regard les unes des autres les conséquences de la théorie de DOPPLER dans sa forme primitive, celles de la même théorie ennoblie par la recherche déjà citée de PETZVAL, par conséquent exempte de l'hypothèse erronee de la communication explosive de la vibration au milieu, et enfin celles de la sienne qui tiendrait compte aussi du mouvement du milieu

PETZVAL commence par la théorie »ennoblie» et parvient, en supposant que la source de la vibration ait la forme d'un plan, aux résultats déjà donnés ci-dessus Mais il traite aussi les cas où la théorie de DOPPLER semble conduire a des résultats absurdes, a savoir ceux quand la source a une vitesse egale ou plus grande que celle du son ou de la lumière Dans le premier cas, il trouve en effet une longueur d'onde nulle et par conséquent un ton infiniment haut, mais l'amplitude et par conséquent l'intensité en est aussi zéro Dans le second cas, comme il est d'ailleurs facile à prévoir, la source laisse derrière elle l'un et l'autre des deux traits d'ondes formes, mais toujours on obtient les mêmes valeurs des longueurs d'onde

Finalement PETZVAL prend en considération le cas ou la source lumineuse a la forme d'une sphère et il trouve

$$s = \int_0^t \frac{Sin\, l\, \vartheta \; d\vartheta}{\sqrt{(x - c\vartheta)^2 + y^2 + z^2}} \, f\left[\sqrt{(x - c\vartheta)^2 + y^2 + z^2} - s(t - \vartheta)\right] +$$

$$+ \int_c^t \frac{Sin\, l\, \vartheta \; d\vartheta}{\sqrt{(x - c\vartheta)^2 + y^2 + z^2}} \, f\left[\sqrt{(x - c\vartheta)^2 + y^2 + z^2} + s(t - \vartheta)\right]$$

Il recule cependant devant les difficultés de ces intégrations et se limite de les effectuer dans la supposition que

$$y^2 + z^2 = 0 ,$$

d'où en faisant successivement les substitutions

$$x - st + \vartheta(s - c) = R + u$$

$$x + st - \vartheta(s + c) = R + u$$

R étant le rayon de la sphère, on obtient

$$(4) \qquad s = \frac{A}{s(x - ct) - cR} \, Sin\, k \, \frac{R - x + st}{s - c} +$$

$$+ \frac{B}{s(x - ct) + cR} \, Sin\, k \, \frac{R - x - st}{s + c}$$

Les amplitudes sont resp

$$(5) \qquad a = \frac{A}{s(x-ct)-cR} \quad \text{et} \quad a' = \frac{B}{s(x-ct)+cR}$$

et les longueurs d'onde

$$(6) \qquad \lambda = \frac{2\pi(s-c)}{k} \quad \text{et} \quad \lambda' = \frac{2\pi(s+c)}{k}$$

Si au lieu de s et de c, on introduit V et v celui-la etant la vitesse de la lumière et celui-ci la vitesse de la source lumineuse et λ_0 la longueur d'onde vraie du rayon qu on considère, et pour laquelle on a $v = c = 0$, donc

$$\lambda_0 = \frac{2\pi V}{k},$$

on obtient

$$(7) \qquad \lambda = \lambda_0\left(1 - \frac{v}{V}\right), \quad \lambda' = \lambda_0\left(1 + \frac{v}{V}\right)$$

Ces formules sont précisement celles qui expriment le principe de DOPPLER

D'après ce qu'avait dit tout d'abord PETZVAL, il eût dû maintenant passer aux deux autres théories Mais il se limite à quelques expressions dédaigneuses sur la théorie non »ennoblie» de DOPPLER Quant à la sienne propre, il n'en dit presque mot On serait tenté de croire que tout en développant la theorie »ennoblie», PETZVAL a commence d en reconnaitre la vérité, et bien qu'un sentiment obstine l'empêche de l'avouer en toute franchise, il finit son mémoire en déclarant que la question sur l'influence du mouvement de la source lumineuse sur les longueurs d'onde n'est pas entièrement tranchée Dans un mémoire suivant, *Angstroms experimentelle Untersuchung uber das Spectrum des electrischen Funkens in Beziehung auf die Farbe der Doppelsterne*[1]), PETZVAL dit même avoir trouvé »qu'avec les méthodes de la théorie de l'ondulation, suivies jusqu'ici, on ne peut rien trouver qui serve à éclaircir la question» Un pas de plus et il eût avoué que la théorie des ondulations conduit inévitablement à la théorie de DOPPLER Mais c'eût été plus qu'on ne pourrait demander d'un savant, si prompt à nier la possibilité

1) *Sitzungsberichte der Kais Akad der Wissenschaften* Bd XLI 5 Juli 1860

de découvrir, à l'aide des calculs élémentaires, un grand et fécond principe de la physique céleste.

Nous nous sommes arrêtes, fort en détail, à ces mémoires de PETZVAL, non pas parce que nous les regardons comme une importante objection contre la théorie de DOPPLER, mais tout au contraire parce qu'on y trouve une des plus belles démonstrations que nous connaissons de la vérité de cette théorie, et contre laquelle il n'y a aucune raison bien sérieuse de critique, tout au moins quand il s'agit des ondes lumineuses et des mouvements lents de la source lumineuse. Nous passerons plus sommairement sur les autres écrits polémiques de cette question.

VON ETTINGSHAUSEN[1]) reconnut tout juste la portée du second mémoire de PETZVAL, en remarquant que loin de réfuter la théorie de DOPPLER il en prouvait la justesse.

DOPPLER[2]) fit ressortir les nombreuses expériences qui avaient été faites, dans le but d'examiner la justesse de sa théorie, et qui toutes avaient donné des résultats à sa faveur. Il remarque que PETZVAL semblait les négliger avec intention et lui reproche cet *horror experientiæ*. Il remarque, en outre, que jamais des considérations théoriques ne peuvent réfuter des expériences bien conduites, et il déclare ne plus vouloir entrer dans des controverses avec PETZVAL, à moins que celui-ci n'essaye de réfuter les expériences déjà faites par d'autres faits encore plus nombreux et plus importants.

Parmi les adversaires de la théorie de DOPPLER et le seul qui a cru pouvoir la réfuter par des expériences était ÅNGSTRÖM[3]). Il énonçait contre elle qu'en faisant jaillir l'étincelle d'induction, dans une direction oblique, au devant de la fente d'un spectroscope, il faudrait que les raies spectrales d'une même substance eussent des longueurs d'onde différentes dans les deux traits de feu qui sortent de l'une et de l'autre électrode, dans des directions opposées et avec des vitesses relatives de 160—180 kilomètres dans la seconde.

M. MACH qui était de ceux qui ont non seulement le plus clairement compris la justesse générale de la théorie Dopplerienne, mais aussi les imperfections qu'il y avait dans la méthode dont DOPPLER lui-même avait cherché à la démontrer, traite la question dans plusieurs mémoires[4])

---

1) *Sitzungsber. der Wiener Akad.* Bd. IX pp. 27—30.
2) *Sitzungsber. der Wiener Akad.* Bd. IX pp. 217—225.
3) POGG. *Ann.* Bd. XCIV p. 141.
4) Réunis dans E. MACH *Beiträge zur Doppler'schen Theorie der Ton- und Farbenänderung durch Bewegung*. Prag 1874.

M MACH commence par déclarer que ce n'est pas son intention de defendre sans réserve les mémoires de DOPPLER Au contraire, il trouve bien fondées les critiques de PETZVAL contre la démonstration qu'a donné DOPPLER de son principe En effet, celle-ci s'appuie plutôt sur des analogies que sur des recherches approfondies On ne saurait non plus nier l'excellence des déductions mathématiques de PETZVAL Mais d'autre part il n'est pas juste de rejeter une théorie, parce qu'elle est demontrée d'une manière imparfaite Quant aux objections de PETZVAL contre la théorie Dopplérienne, il n'est même pas juste de lui reprocher comme une erreur absolue qu'elle suppose une communication du son par explosions, car il y a en effet des tons explosifs, par exemple, ceux produits par une sirène à des trous petits et fort eloignes l'un de l'autre, et aussi ceux qui sont émis par la roue dentée de SAVART

Encore moins fondée est la reproche que fait PETZVAL contre DOPPLER de n'avoir pris en considération que la moyenne prenne part au mouvement de la source sonore ou lumineuse Car aussitôt que l'observateur et la source ne sont pas consideres ni comme des surfaces infinies ni comme enfermes dans un tuyau, il faut que la condensation produite par le mouvement s'égalise des deux côtés, et cela surtout quand il s'agit des ondes lumineuses, et des velocites moderees, telles qu'elles le sont toujours en réalité

M MACH fait en outre observer que la demande souvent reiteree de PETZVAL à DOPPLER d'appliquer à la question le principe de la constance du temps d'oscillation n'a aucun sens, on ne saurait substituer au mouvement relatif de l'observateur et de la source des ondes, un courant dans le milieu Cela ne serait pas plus raisonnable que de croire que le vent pourrait changer un ton musical D'ailleurs, M MACH rend pleine justice a la recherche theorique de PETZVAL dans laquelle il voit une ample confirmation de la théorie Dopplérienne Cependant, il trouve tout comme PETZVAL lui-même que cette recherche ne contient pas la solution complète et rigoureuse du problème, et tout en indiquant le chemin à suivre pour parvenir à ce but, il ose espérer pouvoir trouver la solution des difficiles equations différentielles auxquelles on parvient Cet espoir ne semble pas s'être realise et je ne sache pas qu'un autre savant ait été plus heureux

Quant à l'expérience de ÅNGSTRÖM, négative en apparence, M MACH croit que ÅNGSTRÖM a confondu l'avancement de l'incandescence avec celui des parts incandescentes, et il trouve une confirmation de cette opinion dans la remarque de ÅNGSTRÖM que, malgre la direction

oblique du trait de feu, les parties métalliques furent poussées en haut, probablement par un courant d'air, ce qui eût été impossible, si elles avaient été douées d'une vitesse de près de 1000 kilomètres.

Outre ces déductions théoriques, M. MACH a aussi, par des expériences ingénieuses prouvé la justesse du principe Dopplérien pour le son, et quant à la vérification expérimentelle pour la lumière, il se prononçait, en 1860, comme suit: »L'image de chaque étoile doit être décomposée par le prisme en un spectre, dans lequel on observera deux espèces différentes de raies sombres, celles qui ont l'origine dans notre atmosphère et celles qui proviennent de l'étoile. Il faut que celles-ci changent leur position en raison du mouvement de l'étoile, et par ce déplacement on déterminera la vitesse de l'étoile»

Dans ce peu de mots est comprise l'application importante qu'a fait l'astronomie moderne de la théorie de DOPPLER à l'étude des mouvements propres des étoiles le long de la rayon visuelle.

Les discussions dont nous avons parlé jusqu'ici s'appuyaient d'une part sur des considérations théoriques, d'autre part sur des expériences acoustiques. La vitesse énorme de la lumière, en comparaison de laquelle toutes les vitesses qu'on peut imprimer à des sources lumineuses, dans les expériences de laboratoire doivent être regardées comme nulles, mettait un obstacle, insurmontable, semblait-il, à la vérification de la théorie de DOPPLER pour la lumière. Mais à cette époque fut introduite l'analyse spectrale dans la science, comme une des plus importantes méthodes de recherche, et ce fut elle qui offrit un moyen facile et sûr pour trancher la question. A mesure que la longueur d'onde d'un rayon lumineux change, la raie spectrale qui lui correspond doit changer de position, dans le spectre du corps céleste qui l'émet. Si donc on trouve, soit dans le spectre solaire, que la position d'une raie spectrale provenant d'une partie de la surface solaire diffère de celle de la même raie dans d'autres parties, soit que, dans le spectre d'un corps céleste la position d'une raie spectrale est autre que celle de la même raie, émise par le gaz de la substance chimique à laquelle elle est due, ces deux changements doivent être regardés comme une preuve de la justesse du principe de DOPPLER. Et à peine eut-on changé le spectroscope ordinaire en télespectroscope, en l'appliquant à des lunettes parallactiques, que les preuves expérimentales de la théorie de DOPPLER surabondaient. En examinant comme le fit LOCKYER et plus tard YOUNG[1]) et beaucoup d'autres,

---

1) YOUNG. *The Sun* p. 99.

astronomes, les spectres des taches solaires, aux époques où elles présentaient leurs convulsions les plus violentes, on ne tarda pas à découvrir que souvent les raies spectrales de l'hydrogène, du magnésium, du fer et d'autres substances se montraient courbées, entortillées, parfois même déchirées, pour ainsi dire. Pendant les observations des protubérances en plein jour, auxquelles conduisit la mémorable découverte de M. JANSSEN, faite aussi indépendamment par M. LOCKYER, observations probablement faites par tous les astronomes qui ont entrepris des recherches dans l'astrophysique, presque tous auront à plusieurs reprises observé des changements pareils dans les raies spectrales des protubérances éruptives. Dans ces observations, le phénomène du déplacement des raies spectrales des protubérances devient d'autant plus saillant que la lumière d'une partie tranquille du chromosphère entre ordinairement par la fente en même temps que celle de la protubérance éruptive. Par conséquent, on a, côte à côte, la raie chromosphérique droite, non déplacée et la raie courbe et déplacée de la protubérance.

Déjà en 1868 M. HUGGINS [1]) fit la découverte que les raies spectrales de certaines étoiles ne coïncidaient pas avec les raies données par des tubes spectrales contenant les mêmes gaz, et qu'elles étaient déplacées soit vers le rouge, soit vers le violet, par le mouvement de l'étoile. Cette observation fut constatée par M. VOGEL, alors à Bothkamp et par d'autres.

Enfin M. VOGEL [2]) constatait aussi que la longueur d'onde d'une même raie spectrale n'était pas la même sur les bords est et ouest du soleil et qu'elle variait à peu près de la quantité qu'exige le principe de DOPPLER.

Il semble que tant de preuves données par des savants de premier ordre devaient suffire pour convaincre les plus sceptiques. En effet on trouve désormais le principe de DOPPLER adopté partout comme une vérité indiscutable. Une dernière et très violente attaque contre lui fut cependant faite par le célèbre physicien VAN DER WILLIGEN, qui dans son mémoire *Sur la fausseté de la proposition que la réfraction des rayons lumineux est modifiée par le mouvement de la source lumineuse et du prisme* [3]) fait tous ses efforts pour renverser cette théorie. Dans ce mémoire VAN DER WILLIGEN met en doute la compétence de PETZVAL pour traiter

1) *Phil. Transact.* 1868 p. 529—564.
2) *A. N.* LXXXII. 291.
3) *Archives du Musée Teyler.* Vol. III. pp. 305—376.

les équations différentielles et celle de HUGGINS, de LOCKYER, DE VOGEL, DE SECCHI, etc de se servir comme il convient de leurs spectroscopes, il déclara enfin que »dût-il être seul de son avis, il ne croit pas qu'on ait le droit de donner d'un phenomène aisément explicable une interprétation arbitraire, l'ériger ensuite en loi naturelle inattaquable, et finalement en déduire les conséquences les plus importantes sur les mouvements des corps célestes» Mais c'était trop tard, aucun des savants attaques dans ce mémoire ne se souciait même de le refuter

Il faut cependant se rappeler que presque en même temps que parut le mémoire de VAN DER WILLIGEN M KETTELER donna une démonstration du theorème de DOPPLER [1]), peut-être la plus irréprochable qui ait été publiée jusqu'ici Je me dispense cependant de rendre compte de cette demonstration elle est d'une telle nature qu'il n'est guère possible d'en faire un extrait succinct et pourtant clair, et de plus elle vient d'être réimprimée dans l'ouvrage bien connu de M SCHEINER sur l'analyse spectrale des corps celestes

D'autre part, les évidences en faveur de la théorie de DOPPLER s'accumulent de plus en plus à mesure que les spectroscopes qu'on construisait gagnaient en force optique A ce point de vue, les réseaux de MM RUTHERFURD et ROWLAND et aussi les prismes de M RUTHERFURD et les prismes au carbone sulfuré de THOLLON méritent d'être nommés Finalement, l'emploi qu'a fait la science de la photographie, a des plaques de gélatinobromure d'argent, a aussi fourni de précieuses confirmations de la justesse du principe de DOPPLER

Parmi les très nombreuses observations faites avant le temps où j'ai commencé mon travail, je citerai les suivantes L'observatoire de Greenwich a publié annuellement de longues séries d'observations sur le déplacement des raies spectrales des étoiles fixes, faites dans le but de trouver la vitesse avec laquelle les étoiles se rapprochent ou s'éloignent de la terre Les résultats trouvés, dans les differentes années ont en général présenté un accord assez satisfaisant

En 1876 M YOUNG réussit, à l'aide d'un spectroscope très puissant à mesurer le déplacement des raies spectrales sur les bords opposés du soleil, entre l'équateur et 15° de latitude heliocentrique M YOUNG trouvait ainsi une vitesse de rotation à l'équateur solaire égal a 2,29 kilomètres [2]), tandis que les observations de taches ne donnent que 2,01

1) KETTELER, *Astronomische Undulationstheorie*, p 6–16

2) YOUNG, *The Sun* p 100

Toutefois l'observation de M. YOUNG doit être considerée comme une preuve très concluante de la theorie de DOPPLER. L'année suivante, M. LANGLEY[1]) en faisant à l'aide d'un mecanisme invente par lui entrer simultanément dans la fente de son spectroscope des rayons venant des bords opposes du soleil, trouvait qu'un déplacement tel qu'exige la theorie de DOPPLER a véritablement lieu.

Nous citerons en outre une observation de THOLLON qui est non moins concluante[2]). En examinant un groupe de quatre raies, dont deux telluriques et deux solaires, il trouvait des variations très sensibles dans les distances des deux couples, les deux raies d'un couple se confondant même de façon a n'en former qu'une seule.

Enfin il y a un mémoire remarquable de M. CORNU[3]) qui serait réduit à néant si la théorie de DOPPLER n'etait pas juste, car M. CORNU a distingué les raies atmosphériques des raies solaires precisément par les déplacements que celles-ci subissent quand on passe d'un bord solaire au bord opposé, tandis que les raies telluriques gardent une position invariable. Sans aucun doute, le travail de M. CORNU mérite toute confiance, il est donc une preuve incontestable de la théorie de DOPPLER. Pendant ces recherches, M. CORNU a aussi, un seul jour, fait une serie de mesures du déplacement des raies spectrales sur les bords opposés du soleil, tandis qu'habituellement il s'est contente de constater le déplacement sans en determiner la valeur, et il a obtenu un resultat qui s'accorde très bien avec la valeur théorique.

La vérité de la théorie de DOPPLER pourrait donc être regardée comme suffisamment prouvée tant par la theorie que par les expériences, soit acoustiques soit optiques.

Cependant, on peut opposer aux experiences optiques une objection, c'est qu'on ne connait pas en général la vélocité des mouvements dont on voit les effets, dans le déplacement des raies spectrales. Tel est le cas des gaz dans les protubérances et dans les taches solaires, et aussi des mouvements propres des étoiles fixes, dans la direction de la ligne visuelle. Par conséquent, on ne peut se convaincre si les variations qu'on a constatées, dans les longueurs d'onde des raies spectrales,

---

1) *Amer. Journal* T. XIV p. 140.
2) *Comptes Rendus* T. CXI p. 368.
4) CORNU, *Etude des Bandes Telluriques α, B et A du spectre solaire*. Paris 1886.

sont bien celles qui correspondent aux variations dans les distances entre les gaz en mouvement et l'observateur. Parmi les observations citées plus haut, les seules qui soient à l'abri de cette objection, sont celles de MM. Vogel, Young, Langley et Cornu sur les déplacements causés par la rotation du Soleil. Cependant, ces observations sont en partie faites avec des instruments dont la force optique n'était pas suffisante pour des recherches aussi délicates, et d'ailleurs elles sont toutes sans exception faites plutôt occasionnellement que comme des recherches approfondies. Puis les résultats qu'elles ont donnés sont tous plus grands que la valeur théorique, et enfin elles se sont portées presque exclusivement sur l'équateur solaire. Personne ne semble encore avoir cru à la possibilité de vérifier, à l'aide du spectroscope, non seulement la vitesse de rotation de la zone équatoriale, mais aussi le décroissement de cette vitesse angulaire, dans les zones à une plus grande latitude héliocentrique déjà révélé par les observations des taches solaires. C'est pourquoi après avoir reconnu par quelques essais la grande précision avec laquelle on pouvait mesurer, avec mon spectroscope, les distances entre des raies spectrales visibles en même temps, sans qu'on ait besoin de changer l'inclinaison du réseau contre l'axe optique de la lunette, j'ai pris la résolution de faire cette recherche avec toute l'exactitude qu'admet mon instrument.

Dans ce but, il fallait prendre des mesures à des points diamétralement opposés du bord solaire et à des différentes latitudes entre l'équateur et le pôle du Soleil. Pour plus de simplicité à la réduction, j'ai arrangé les mesures de sorte que les observations se sont divisées en six groupes avec les latitudes héliocentriques 0°, 15°, 30°, 45°, 60° et 75°.

Pour diriger approximativement la fente du spectroscope sur ces latitudes et aussi pour trouver la latitude héliocentrique exacte du point sur lequel les mesures s'étaient portées, j'ai d'abord dirigé la lunette sur le point nord ou sud du Soleil, de telle sorte qu'en faisant tourner l'instrument autour de l'axe polaire, le bord supérieur ou inférieur du spectre atteignit précisément une des croix des fils du micromètre, et j'ai lu le cercle de déclinaison. Puis j'ai additionné ou soustrait la différence de déclinaison entre le point nord ou sud du Soleil et le point à observer, et en regardant de nouveau par le microscope, j'ai fait déplacer l'équatorial en déclinaison de cet angle. Après la mesure, j'ai encore une fois pointé sur le bord sud ou nord, et ainsi de suite.

Pour trouver la difference de déclinaison qui vient d'être mentionnée, j'ai employé la methode suivante[1]. Soit $\Delta\delta$ la différence cherchée, r le rayon du disque solaire et P l'angle de position du point, on a

$$(8) \qquad \Delta\delta = r - r\, Cos\, P$$

Soit (Fig. 4) AA l'équateur, EE l'écliptique, S le centre du disque solaire, M le point en question, P le pôle de l'équateur et P' celui de l'écliptique. Alors

$$PSM = P$$

Mettons $P'SM = p$, $PSP' = p - P$, et soit δ la déclinaison, λ, β la longitude et latitude d'un point du sphère céleste et ε l'obliquite de l'écliptique.

Une formule bien connue de l'astronomie sphérique donne

$$Cos\, \delta\, Cos\, \Pi = Cos\, \varepsilon\, Cos\, \beta - Sin\, \varepsilon\, Sin\, \beta\, Sin\, \lambda$$

Or, dans le cas du Soleil on a $\beta = 0$ et l'angle parallactique Π devient egal à $p - P$, donc

$$Cos\,(p - P) = \frac{Cos\, \varepsilon}{Cos\, \delta},$$

d'où

$$\frac{1 - Cos\,(p - P)}{1 + Cos\,(p + P)} = \frac{1 - \frac{Cos\, \varepsilon}{Cos\, \delta}}{1 + \frac{Cos\, \varepsilon}{Cos\, \delta}} = \frac{Cos\, \delta - Cos\, \varepsilon}{Cos\, \delta + Cos\, \varepsilon},$$

ou

$$\frac{2\, Sin^2 \frac{1}{2}(p - P)}{2\, Cos^2 \frac{1}{2}(p - P)} = \frac{2\, Sin \frac{1}{2}(\varepsilon + \delta)\, Sin \frac{1}{2}(\varepsilon - \delta)}{2\, Cos \frac{1}{2}(\varepsilon + \delta)\, Cos \frac{1}{2}(\varepsilon - \delta)},$$

et

$$(9) \qquad tg \frac{1}{2}(p - P) = \pm \sqrt{tg \frac{1}{2}(\varepsilon + \delta)\, tg \frac{1}{2}(\varepsilon - \delta)}$$

1) Quelques unes de ces formules se trouvent dans un mémoire de M. Lorenzoni dans les »*Memorie della Soc. degli Spettroscop. Ital.*» Tome I.

La table suivante donne la quantité $p - P$ avec δ comme argument

Table I

δ	$p - P$	δ	$p - P$
23°27	0° 0	19°30	13°4
26 5	0 9	0	14 2
26	1 3	18 30	14 7
24	1 6	0	15 3
20	2 4	17 30	15 9
16	3 0	0	16 4
8	4 0	16 30	16 9
0	4 8	0	17 4
22 52	5 4	15 0	18 2
44	6 0	14 0	19 0
36	6 4	13 0	19 7
24	7 1	12 0	20 3
12	7 8	11 0	20 8
0	8 3	10 0	21 3
21 40	9 2	8 0	22 1
20	10 1	6 0	22 7
0	10 7	4 0	23 1
20 30	11 8	0	23 4
0	12 6	0 0	23 5

La quantité $p - P$ connue, on peut calculer p à l'aide de l'equation

(10) $$p = P \pm (p - P)$$

Dans cette équation, le signe supérieur doit être choisi pour $270° > \odot > 90°$, et le signe inférieur pour $\odot > 270°$ et $\odot < 90°$, $\odot$ étant la longitude du Soleil

Soit maintenant (Fig 5) le plan de la figure celui de l'ecliptique, $ACBD$ le Soleil et S son centre, soit T la Terre et V la direction du point équinoctial, $D\Omega$ la ligne des noeuds de l'équateur solaire, O la projection du pôle du Soleil, AB celle du bord apparent et M le point qu'on doit observer

Alors $VTS = VSC = \odot$, $VS\Omega = A$, donc

$$CS\Omega = -(\odot - \Omega)$$

Mais $\Omega SO = 90° = CSB$, donc si l'on soustrait des deux côtés CSO

$$OSB = \Omega SC \quad \text{et}$$

$$OSB = -(\odot - \Omega)$$

Puis si l'on considère le triangle sphérique entre le point nord du Soleil S, son pôle O et le point M, on a

$$OS = i = \text{l'inclinaison de l'équateur solaire,}$$
$$SM = -p \ , \ OM = \pi \ , \ OSM = -(\odot - \Omega) \ ,$$

et par conséquent

$$Cos\, \pi = Cos\, i\, Cos\, p - Sin\, p\, Sin\, i\, Cos\, (\odot - \Omega) \ ,$$

ou

$$(11) \qquad Cos\, \pi = Cos\, (p + i) + 2\, Sin\, p\, Sin\, i\, Sin^2 \frac{1}{2} (\odot - \Omega)$$

Cette equation donne la distance polaire héliocentrique du point M. Le calcul d'une table de cette quantité peut être abrégé par la considération que

$$Cos\, (p + i) + 2\, Sin\, p\, Sin\, i\, Sin^2 \frac{1}{2} (\odot - \Omega) = Cos\, (p + i) +$$
$$+ 2\, Sin\, p\, Sin\, i\, Sin^2 \frac{1}{2} [360^\circ - (\odot - \Omega)]$$
$$Cos\, i\, Cos\, p - Sin\, p\, Sin\, i\, Cos\, (\odot - \Omega) = -\Big[Cos\, i\, Cos\, (180 - p) -$$
$$- Sin\, i\, Sin\, (180 - p)\, Cos\, (180^\circ + \odot - \Omega)\Big]$$

La première de ces équations apprend que les valeurs de $\pi - p$ sont les mêmes pour $360^\circ - (\odot - \Omega)$ que pour $\odot - \Omega$, par conséquent on n'a pas besoin de calculer $\pi - p$ pour des valeurs de $\odot - \Omega > 180^\circ$.

La seconde équation prouve que les valeurs numériques de $\pi - p$ sont les mêmes mais de signes inverses pour $180^\circ - d$ et $180^\circ + \odot - \Omega$ que pour p et $\odot - \Omega$. Par conséquent il ne devient pas necessaire non plus de calculer expressément $\pi - p$ pour les valeurs de p entre 90° et 180°.

Finalement, la valeur maximum de π étant 180°, il ne faut pas employer les valeurs de p qui depassent 180°, il faut leur substituer $p - 180^\circ$. On obtient ainsi la distance polaire australe.

On voit donc qu'il suffit de calculer $\pi - p$ pour les valeurs de p entre 0° et 90°, et pour $\odot - \Omega$ entre 0° et 180°. A ces calculs j'ai employe les valeurs de Ω et i trouvées par M. SPÖRER. Réduites à l'équinoxe de 1888,5 elles sont

$$\Omega = 74^\circ{,}9 \qquad i = 7^\circ{,}0$$

Ainsi j'ai trouvé la table suivante

Table II Valeurs de $\pi - p$

p	$\odot - \Omega$										p
	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	
0°	+7°0	+7°0	+7°0	+7°0	+7°0	+7°0	+7°0	+7°0	+7°0	+7°0	0°
1	+70	+70	+69	+69	+68	+67	+66	+64	+62	+61	1
2	+70	+70	+69	+68	+66	+64	+62	+59	+56	+53	2
3	+70	+70	+69	+67	+65	+62	+59	+55	+51	+46	3
4	+70	+70	+68	+66	+64	+60	+56	+52	+46	+41	4
5	+70	+70	+68	+66	+63	+59	+54	+49	+43	+36	5
6	+70	+70	+68	+66	+62	+58	+53	+47	+40	+32	6
7	+70	+69	+68	+65	+62	+57	+51	+45	+37	+29	7
8	+70	+69	+68	+65	+61	+56	+50	+43	+35	+26	8
9	+70	+69	+68	+65	+60	+55	+49	+41	+33	+24	9
10	+70	+69	+67	+64	+60	+54	+48	+40	+31	+22	10
15	+70	+69	+67	+63	+58	+52	+44	+36	+26	+15	15
20	+70	+69	+67	+63	+57	+51	+42	+33	+23	+11	20
30	+70	+69	+66	+62	+56	+49	+40	+30	+19	+07	30
40	+70	+69	+66	+62	+55	+48	+39	+28	+17	+05	40
50	+70	+69	+66	+61	+55	+47	+38	+27	+16	+04	50
60	+70	+69	+66	+61	+55	+46	+37	+26	+15	+03	60
70	+70	+69	+66	+61	+54	+46	+36	+25	+14	+02	70
80	+70	+69	+66	+61	+54	+45	+35	+24	+13	+01	80
90	+70	+69	+66	+61	+54	+45	+35	+24	+12	00	90
100	+70	+69	+66	+61	+54	+45	+35	+23	+12	−01	100
110	+70	+69	+66	+60	+53	+44	+34	+22	+11	−02	110
120	+70	+69	+65	+60	+52	+43	+33	+22	+10	−03	120
130	+70	+69	+65	+60	+52	+43	+3	+21	+09	−04	130
140	+70	+69	+65	+59	+51	+42	+31	+19	+07	−05	140
150	+70	+69	+65	+58	+50	+40	+29	+17	+05	−07	150
160	+70	+68	+64	+56	+47	+36	+25	+12	00	−11	160
165	+70	+68	+63	+54	+44	+32	+20	+08	−04	−15	165
170	+70	+67	+59	+47	+36	+23	+11	00	−11	−22	170
171	+70	+66	+56	+44	+32	+20	+08	−03	−14	−24	171
172	+70	+64	+52	+40	+28	+16	+04	−06	−16	−26	172
173	+70	+58	+46	+34	+22	+11	00	−11	−20	−29	173
174	+50	+45	+35	+25	+15	+04	−05	15	−24	−32	174
175	+30	+27	+21	+13	+05	−04	−12	−21	−29	−36	175
176	+10	+09	+05	−01	07	−14	−21	−28	−34	−41	176
177	−10	−11	−13	−17	−21	26	−31	−36	−41	−46	177
178	−30	−30	−31	−33	36	−39	−42	−46	−49	−53	178
179	−50	−50	−51	−52	−53	54	−56	−57	−59	−61	179
180	−70	−70	−70	−70	−70	−70	70	−70	−70	−70	180
p	360°	350°	340°	330°	320°	310°	300°	290°	280°	270°	p
	$\odot - \Omega$										

p	$\odot - \Omega$										p
	90°	100°	110°	120°	130°	140°	150°	160°	170°	180°	
0°	+ 7°0	+ 7°0	+ 7°0	+ 7°0	+ 7°0	+ 7°0	+ 7°0	+ 7°0	+ 7°0	+ 7°0	0°
1	+ 6 1	+ 5 9	+ 5 7	+ 5 6	+ 5 4	+ 5 3	+ 5 2	+ 5 1	+ 5 0	+ 5 0	1
2	+ 5 3	+ 4 9	+ 4 6	+ 4 2	+ 3 9	+ 3 6	+ 3 3	+ 3 1	+ 3 0	+ 3 0	2
3	+ 4 6	+ 4 1	+ 3 6	+ 3 1	+ 2 6	+ 2 1	+ 1 7	+ 1 3	+ 1 1	+ 1 0	3
4	+ 4 1	+ 3 4	+ 2 8	+ 2 1	+ 1 4	+ 0 7	+ 0 1	− 0 5	0 9	− 1 0	4
5	+ 3 6	+ 2 9	+ 2 1	+ 1 2	+ 0 4	− 0 5	− 1 3	− 2 1	− 2 7	− 3 0	5
6	+ 3 2	+ 2 4	+ 1 5	+ 0 5	− 0 4	− 1 5	− 2 5	− 0 5	− 4 5	− 5 0	6
7	+ 2 9	+ 2 0	+ 1 1	0 0	− 1 1	− 2 2	− 3 4	− 4 6	− 5 8	7 0	7
8	+ 2 6	+ 1 6	+ 0 6	− 0 4	− 1 6	− 2 8	− 4 0	− 5 2	− 6 4	− 7 0	8
9	+ 2 4	+ 1 4	+ 0 3	− 0 8	− 2 0	− 3 2	− 4 4	− 5 6	− 6 6	7 0	9
10	+ 2 2	+ 1 1	0 0	− 1 1	− 2 3	− 3 6	− 4 7	− 5 9	− 6 7	− 7 0	10
15	+ 1 5	+ 0 4	− 0 8	− 2 0	− 3 2	− 4 4	− 5 4	− 6 2	− 6 8	− 7 0	15
20	+ 1 1	0 0	− 1 3	− 2 5	− 3 6	− 4 7	− 5 7	− 6 4	− 6 8	− 7 0	20
30	+ 0 7	− 0 5	− 1 7	− 2 9	− 4 0	− 5 0	− 5 8	− 6 5	6 9	− 7 0	30
40	+ 0 5	− 0 7	− 1 9	− 3 1	− 4 2	− 5 1	− 5 9	− 6 5	6 9	− 7 0	40
50	+ 0 4	− 0 9	− 2 1	− 3 2	− 4 3	− 5 2	− 6 0	− 6 5	− 6 9	− 7 0	50
60	+ 0 3	− 1 0	− 2 2	− 3 3	− 4 3	− 5 2	− 6 0	− 6 5	− 6 9	7 0	60
70	+ 0 2	− 1 1	− 2 3	− 3 4	− 4 4	− 5 3	− 6 0	− 6 6	− 6 9	7 0	70
80	+ 0 1	− 1 2	− 2 4	− 3 5	− 4 5	− 5 4	− 6 1	6 6	− 6 9	7 0	80
90	0 0	− 1 2	− 2 4	− 3 5	− 4 5	− 5 4	6 1	6 6	− 6 9	− 7 0	90
100	− 0 1	− 1 3	− 2 4	− 3 5	− 4 5	− 5 4	− 6 1	− 6 6	− 6 9	7 0	100
110	− 0 2	− 1 4	− 2 5	− 3 6	− 4 6	− 5 4	− 6 1	− 6 6	− 6 9	7 0	110
120	0 3	− 1 5	− 2 6	− 3 7	− 4 6	− 5 5	− 6 1	− 6 6	− 6 9	7 0	120
130	− 0 4	− 1 6	− 2 7	− 3 8	− 4 7	− 5 5	6 1	− 6 6	− 6 9	− 7 0	130
140	− 0 5	− 1 7	− 2 8	− 3 9	− 4 8	− 5 5	− 6 2	− 6 6	− 6 9	− 7 0	140
150	− 0 7	− 1 9	− 3 0	− 4 0	− 4 9	− 5 6	− 6 2	− 6 6	− 6 9	− 7 0	150
160	− 1 1	− 2 3	− 3 3	− 4 2	− 5 1	− 5 7	− 6 3	− 6 7	− 6 9	7 0	160
165	− 1 5	− 2 6	− 3 6	− 4 4	− 5 2	− 5 8	6 3	− 6 7	− 6 9	− 7 0	165
170	− 2 2	− 3 1	− 4 0	− 4 8	− 5 4	− 6 0	− 6 4	− 6 7	− 6 9	− 7 0	170
171	− 2 4	− 3 3	− 4 1	− 4 9	− 5 5	− 6 0	− 6 5	− 6 8	− 6 9	− 7 0	171
172	− 2 6	− 3 5	− 4 3	− 5 0	− 5 6	− 6 1	− 6 5	− 6 8	− 6 9	− 7 0	172
173	− 2 9	− 3 7	− 4 5	− 5 1	− 5 7	− 6 2	− 6 5	− 6 8	− 6 9	− 7 0	173
174	− 3 2	− 4 0	− 4 7	− 5 3	− 5 8	− 6 2	− 6 6	− 6 8	− 7 0	− 7 0	174
175	− 3 6	− 4 3	− 4 9	− 5 4	− 5 9	− 6 3	− 6 6	− 6 8	− 7 0	− 7 0	175
176	− 4 1	− 4 6	− 5 2	− 5 6	− 6 0	− 6 4	− 6 6	− 6 8	− 7 0	− 7 0	176
177	− 4 6	− 5 1	− 5 5	− 5 9	− 6 2	− 6 5	− 6 7	− 6 9	− 7 0	− 7 0	177
178	− 5 3	− 5 6	− 5 9	− 6 2	− 6 4	− 6 6	− 6 8	− 6 9	− 7 0	− 7 0	178
179	− 6 1	− 6 2	− 6 4	− 6 6	− 6 7	− 6 8	− 6 9	− 6 9	− 7 0	− 7 0	179
180	− 7 0	− 7 0	− 7 0	− 7 0	− 7 0	− 7 0	− 7 0	− 7 0	− 7 0	− 7 0	180
p	270°	260°	250°	240°	230°	220°	210°	200°	190°	180°	p
	$\odot - \Omega$										

Les déplacements des raies spectrales mesurées diffèrent cependant des vrais déplacements aussitôt que le pôle du Soleil s'écarte du bord visible Car si la projection du pôle (v Fig 5) n'est pas située

sur la ligne AB, il est evident que le mouvement rotatoire dans le point M ne se dirige pas contre la terre, mais qu'il est perpendiculaire au plan qui passe par le pôle et le centre du Soleil et par le point M Par conséquent, il faut déduire l'angle entre ce plan et le plan ASB Cet angle est compris dans le triangle spherique OSM Dans ce triangle on a les quantites données

$$SO = i \; , \; OM = \pi \; , \; OSM = (\odot - \Omega)$$

et l'angle cherché $OMS = \eta$

On a donc

$$\text{(12)} \qquad Sin\, \eta = - \frac{Sin\, i\, Sin\, (\odot - \Omega)}{Sin\, \pi}$$

Il faut multiplier le déplacement observé par la secante de l'angle η A l'aide de cette formule, j'ai calculé la table suivante

Table III Valeurs de η

π	$\odot - \Omega$									π
	10° 170°	20° 160°	30° 150°	40° 140°	50° 130°	60° 120°	70° 110°	80° 100°	90°	
8°	8°7	17°4	26°0	34°3	42°1	49°3	—	—	—	8°
9	7 8	15 5	22 9	30 1	36 6	42 4	—	—	—	9
10	7 0	13 9	20 5	26 8	32 5	37 4	—	—	—	10
11	6 4	12 6	18 6	24 2	29 3	33 6	—	—	—	11
12	5 8	11 6	17 0	22 1	26 7	30 5	33 4	35 3	35 9	12
13	5 4	10 7	15 7	20 4	24 5	28 0	30 6	32 2	32 8	13
14	5 0	9 9	14 6	18 9	22 8	25 9	28 3	29 7	30 2	14
15	4 7	9 3	13 6	17 6	21 1	24 1	26 3	27 6	28 1	15
16	4 4	8 8	12 7	16 5	19 5	22 5	24 5	25 8	26 3	16
20	3 5	7 0	10 3	13 2	15 8	18 0	19 6	20 5	20 9	20
25	2 9	5 7	8 3	10 7	12 8	14 5	15 7	16 5	16 8	25
30	2 4	4 8	7 0	9 0	10 8	12 2	13 2	13 9	14 1	30
40	1 9	3 7	5 4	7 0	8 3	9 5	10 3	10 8	10 9	40
45	1 7	3 4	5 0	6 4	7 6	8 7	9 4	9 8	10 0	45
50	1 6	3 1	4 6	5 9	7 0	7 9	8 6	9 0	9 2	50
60	1 4	2 6	4 0	5 2	6 2	7 0	7 6	8 0	8 1	60
70	1 3	2 5	3 7	4 8	5 7	6 4	7 0	7 3	7 5	70
75	1 2	2 4	3 6	4 7	5 5	6 3	6 8	7 2	7 3	75
80	1 2	2 4	3 6	4 6	5 4	6 2	6 7	7 0	7 1	80
90	1 2	2 4	3 5	4 5	5 4	6 1	6 6	6 9	7 0	90
π	190° 350°	200° 340°	210° 330°	220° 320°	230° 310°	240° 300°	250° 290°	260° 280°	270°	π
	$\odot - \Omega$									

Le calcul de cette table a été considerablement abregé, $Sin\,\pi$ etant égal à $Sin\,(180^\circ - \pi)$, et les valeurs de $Sin\,(\odot - \Omega)$, $Sin\,[180^\circ - (\odot - \Omega)]$, $Sin\,[180^\circ + (\odot - \Omega)]$ et $Sin\,[360^\circ - (\odot - \Omega)]$ étant les mêmes sauf les signes

A la rigueur, il faudrait encore prendre en considération que la ligne TM n'est pas perpendiculaire au plan AB Mais la différence ne pouvant s'élever qu'à 16′ au plus, on peut la negliger

Outre ces corrections, il y en a encore une qu'il faut appliquer si l'on veut atteindre l'exactitude la plus grande possible C'est qu'en faisant les pointés sur les raies spectrales, il est impossible, à moins de perdre beaucoup en exactitude, de faire coincider le bord du Soleil et par conséquent celui de la bande spectrale avec une des croix des fils du micromètre Par consequent, le point observe se trouve à une certaine distance du bord solaire, de sorte qu'une bande spectrale d'une largeur de 3″ à 6″ se forme entre la croix et le bord solaire Certes, on pourrait placer la fente tangentiellement, et ainsi rapprocher la croix des fils beaucoup plus du bord solaire, mais on sait que sous ces circonstances le spectre devient instable, flamboyant, ce qui nuit à la précision des observations, et si l'on voulait éviter cet inconvenient en faisant entrer la fente un peu plus sur le disque du soleil, on perdrait totalement la possibilité de déterminer la distance entre le bord solaire et le point qu'on observe Il se pourrait même qu'une irrégularité accidentelle dans la marche de l'horloge de l'equatorial pût occasionner de très graves erreurs Je crois donc plus prudent de diriger la fente de manière à couper le bord du Soleil sous un angle plus ou moins aigu Alors on peut évaluer avec une assez grande exactitude, à l'aide des dimensions connues du rhombe formé par les fils, la largeur de la bande spectrale intermédiaire que je viens de mentionner, et puis calculer la correction à appliquer, a l'aide des formules que je vais maintenant développer

Soit (Fig 6) $AMBCD$ le bord visible du disque solaire S son centre, et M le point ou le déplacement des raies spectrales doit être mesuré Soit MN la direction de la fente dont nous mettons l'angle de position egal à S, et soit enfin ME la tangente en M Alors on a

$$ASM = SMO = P\,, \quad SMN = P - \varphi\,, \quad \text{et} \quad NME = 90^\circ - (P - \varphi)$$

Soient SS et $S'S'$ (Fig 7) les deux tranches de la fente, et BK son milieu, soit K la croix des fils HE la limite supérieure du spectre, et HC le bord solaire, et mettons

$$HE = 2f \quad , \quad HA = h$$

On voit que AHC est le même angle que NME dans la figure précédente et que par conséquent

$$AHC = 90^0 - (P - \varphi) \quad ,$$

On a donc

$$HM = f\,tg\,(P - \varphi)$$

et

$$BK = h - f\,tg\,(P - \varphi)$$

Si en outre KC est la même ligne que SE, SKC est le même angle que MSE dans la figure precedente, et par conséquent $DCK = P$ On a donc

$$DK = BK\,Cos\,(P - \varphi) \quad ,$$

$$DK = h\,Cos\,(P - \varphi) - f\,Sin\,(P - \varphi) \quad ,$$

$$CK = DK\,Cosec\,P \quad ,$$

et si l'on met $CK = y$

$$(13) \qquad y = h\,Cos\,(P - \varphi)\,Cosec\,P - f\,Sin\,(P - \varphi)\,Cosec\,P$$

Soit maintenant $DEMB$ le parallèle sur lequel est situé le point M, et soit B le point sur lequel s'est portée l'observation, alors on a, si s est le sémidiamètre du soleil

$$SB = SM = s\,Sin\,\pi \quad ,$$

$$AM = y \quad , \quad SA = s\,Sin\,\pi - y$$

Il est évident que la tangente en M a la même direction que BF, tandis que la tangente en B a la direction BG Mettons $GBF = \psi$ et l'on obtient, GBF étant égal à ASB

$$Cos\,\psi = \frac{s\,Sin\,\pi - y}{s\,Sin\,\pi} \quad ,$$

$$Cos\ \psi = 1 - \frac{y}{\varrho\ Sin\ \pi}\ ,$$

donc

$$2\ Sin^2 \frac{1}{2} \psi = \frac{y}{\varrho\ Sin\ \pi}\ ,$$

ou en introduisant la valeur de y donnée par l'équation (13)

$$(14) \qquad Sin \frac{1}{2} \psi = \left[\frac{h\ Cos\ (P - \varphi) - f\ Sin\ (P - \varphi)}{2\ \varrho\ Sin\ \pi\ Sin\ P} \right]^{\frac{1}{2}}$$

A la réduction des observations on multipliera les deplacements observes par

$$Sec\ \eta\ Sec\ \psi\ ,$$

et on se rendra ainsi indépendant des deux causes d'obliquité entre la ligne visuelle et la tangente dans le point observé.

Pour mesurer le deplacement des raies spectrales solaires, j'ai employé la methode suivante. On sait que toutes les mesures absolues sont sujettes à de très grandes difficultés, et qu'il est impossible de les faire avec une précision egale, de beaucoup près, à celle qu'on obtient en faisant des mesures différentielles. Ainsi la détermination d'un équinoxe et des positions des étoiles fondamentales est beaucoup plus difficile et plus incertaine que la détermination des positions des autres étoiles relativement à celles-ci, et d'autre part on peut mesurer, soit au réfracteur, soit à l'héliomètre, soit sur des plaques photographiques, les différences en ascension droite et en déclinaison des étoiles avec une exactitude encore bien plus grande. C'est pour cela que j'ai arrangé mes mesures dans le spectre solaire de manière à les rendre exclusivement différentielles. D'abord, j'ai choisi pour objets de telles parties dans le spectre où, outre des raies solaires suffisamment fortes, on a aussi des raies atmosphériques ni nebuleuses ni trop faibles. Ce choix a été rendu très facile par les excellentes cartes spectrales de quelques parties du spectre solaire riches en raies atmosphériques qui ont eté publiées par M. CORNU [1]).

Mon choix des raies à mesurer fait, j'ai mesuré, sur des points diametralement opposés du bord solaire et à l'aide du micromètre du

1) A. CORNU. *Sur les raies telluriques qu'on observe dans le spectre solaire au voisinage des raies D.* Journal de l'école polytechn. LIII. Paris 1883.

A. CORNU. *Etude des bandes telluriques α, B et A du spectre solaire.* Paris 1886.

spectroscope, la distance entre une raie solaire et une raie tellurique Si la distance entre ces raies sur le bord oriental est Δ_e et si la mesure de la même distance à un point diamétralement opposé, donc sur le bord occidental, a donné Δ_o, le déplacement mesuré de la raie solaire, dû à la rotation du soleil, devient

$$d = \frac{1}{2}(\Delta_e - \Delta_o) \ , \tag{15}$$

ou bien

$$d = \frac{1}{2}(\Delta_o - \Delta_e) \tag{16}$$

La première de ces formules est valable quand la longueur d'onde de la raie solaire est plus petite que celle de la raie tellurique, la seconde quand le contraire a lieu

Les formules (15) et (16) ont été employées à la réduction des observations en 1887 et 1888, où je n'ai mesuré que deux raies seulement, dont une atmosphérique et une solaire Mais en 1889, j'ai, dans chaque série d'observations, mesuré quatre raies, dont la première et la troisième étaient des raies solaires, tandis que la deuxième et la quatrième étaient des raies telluriques Ces observations ont été réduites de la manière suivante

Soient a_e, b_e, c_e, d_e les lectures sur le tambour du micromètre pour les quatre raies, sur le bord oriental du soleil, a_o, b_o, c_o, d_o les mêmes lectures sur le bord occidental, supposons enfin ces lectures exemptes des erreurs périodiques et progressives de la vis, on a

$$\Delta_e = \frac{1}{2}(b_e - a_e + d_e - c_e) \ ,$$

$$\Delta_o = \frac{1}{2}(b_o - a_o + d_o - c_o) \ ,$$

donc selon (15)

$$d = \frac{1}{4}(a_o - a_e - b_o + b_e + c_o - c_e - d_o + d_e) \tag{17}$$

Dans ce cas, il n'y a pas lieu d'employer la formule (16), la supposition que nous avons faite étant que la longueur d'onde de la raie a est plus petite que celle de b, et la longueur d'onde de c plus petite que celle de d

La quantité d dans les formules (15), (16) et (17) est exprimée en des parties décimales d'un tour de la vis micrométrique Pour pouvoir l'exprimer dans des unités d'ÅNGSTROM (dix millionièmes d'un millimètre de la longueur d'onde), j'ai en outre mesuré au micromètre plusieurs distances entre des raies situées des deux côtes de la raie dont le déplacement fut mesuré, et j'ai choisi de telles raies dont les longueurs d'onde sont très bien déterminées, et qui sont assez distantes entre elles Soit $\lambda' - \lambda$ la différence des longueurs d'onde de deux raies spectrales, et soit D la distance entre elles exprimée dans des parties décimales d'un tour de la vis, et R le facteur de réduction valable pour le milieu des deux raies, à l'aide duquel on peut réduire à des unités d'ÅNGSTROM, une distance exprimée en des parties décimales d'un tour de la vis on a

$$(18) \qquad R = \frac{\lambda' - \lambda}{D}$$

Si l'on a, de la manière indiquée ci-dessus, mesuré les distances entre plusieurs raies spectrales, et si l'on en déduit le facteur de réduction, les valeurs trouvées seront différentes entre elles, quand même on aurait fait ses mesures avec tant d'exactitude que les erreurs d'observation fussent entièrement négligeables D'abord, les erreurs des longueurs d'onde acceptées contribuent à ce résultat, mais quand on emploie les meilleures valeurs qu'on connait actuellement, ces erreurs n'y sont que pour une bien faible part La cause des plus fortes différences est que les facteurs de réduction varient d'une partie du spectre à l'autre, même quand on emploie des réseaux de diffraction Heureusement on peut sans aucune difficulté réduire tous les facteurs à un même point du spectre

En effet quand le spectroscope est construit comme le nôtre, c'est-à-dire quand on emploie un réseau métallique, et si la même lunette sert à la fois de collimateur et de lunette d'observation, on a pour les longueurs d'onde λ et λ' les formules

$$\left.\begin{aligned} 2 \, Sin \, \alpha &= \frac{m\lambda}{e} \\ 2 \, Sin \, \alpha' &= \frac{m\lambda'}{e} \end{aligned}\right\}$$

où m est l'ordre du spectre, e la distance entre deux traits consécutifs du reseau, α et α' les deviations des raies spectrales dont les longueurs d'onde sont λ et λ' resp Par conséquent on a

$$2\,(Sin\,\alpha' - Sin\,\alpha) = \frac{m}{e}\,(\lambda' - \lambda)$$

ou

$$4\,Sin\,\frac{1}{2}\,(\alpha' - \alpha)\,Cos\,\frac{1}{2}\,(\alpha' + \alpha) = \frac{m}{e}\,(\lambda' - \lambda)$$

Mais quand il s'agit des mesures différentielles, $\alpha' - \alpha$ est une petite quantité Par conséquent, on peut sans aucune erreur sensible introduire $\frac{1}{2}\,(\alpha' - \alpha)$ au lieu de $Sin\,\frac{1}{2}\,(\alpha' - \alpha)$, donc

$$2\,(\alpha' - \alpha)\,Cos\,\frac{1}{2}\,(\alpha' + \alpha) = \frac{m}{e}\,(\lambda' - \lambda)$$

et, $\alpha' - \alpha$ étant egale à D, selon l'equation (18)

$$R = \frac{\lambda' - \lambda}{\alpha' - \alpha} = \frac{2\,e\,Cos\,\frac{1}{2}\,(\alpha' + \alpha)}{m}$$

De même manière, on obtient pour une longueur d'onde moyenne λ_0

$$R_0 = \frac{2\,e\,Cos\,\alpha_0}{m},$$

et par la division de ces deux équations

$$\frac{R_0}{R} = \frac{Cos\,\alpha_0}{Cos\,\frac{1}{2}\,(\alpha' + \alpha)},$$

ou

$$R_0 = R\,Cos\,\alpha_0\,Sec\,\frac{1}{2}\,(\alpha' + \alpha) \tag{19}$$

Les quantités α_0 et $\frac{1}{2}\,(\alpha' + \alpha)$ peuvent être calculées à l'aide des équations suivantes

Après ces déductions théoriques, je passe à l'exposé des opérations par lesquelles j'ai trouvé les valeurs des vitesses de rotation dans les différentes latitudes héliocentriques

Entre les différents groupes de raies atmosphériques qui se trouvent dans le spectre solaire, il y a un qui se prête avec un avantage tout spécial à ces recherches Il est situé dans la grande bande atmosphérique, due à l'oxygène et désignée par α Ce qui rend ce groupe si éminemment convenable, c'est qu'il consiste en des raies étroites et assez fortes et qui, à une hauteur du soleil encore passablement grande, sont d'une intensité presque égale En outre, les raies dues à l'oxygène ne s'affaiblissent pas à beaucoup près si considérablement, à une grande hauteur du soleil, que les raies dues à l'eau Et finalement, on a, dans leur voisinage, beaucoup d'autres raies qui se prêtent à merveille à la détermination du facteur de réduction Les raies que j'ai employées à la détermination de la vitesse de rotation, sont les suivantes

Longueurs d'onde		Origine des raies
d'après CORNU[1]	*d'après* DUNER	
6300 10	6301 72	Fer, solaire,
6300 66	6302 21	Oxygène, tellurique,
6301 11	6302 72	Fer, solaire,
6301 43	6302 97	Oxygène, tellurique

Dans mes recherches sur la valeur du facteur de réduction, j'ai fait des mesures des raies suivantes

Longueur d'onde	Longueur d'onde
6[illegible]52 780 [2])	6301 7[illegible]0 [2])
6256 573 [1])	6302 717 [3])
6261 315)	6314 871 [1])
6265 348 [2])	6318 240 [2])
6270 440 [2])	6322 911 [2])
6278 297 [2])	6335 553 [2])
6[illegible]91 22 [3])	6337 044 [2])

Les mesures de ces raies ont été faites d'une façon un peu différente, en 1887 et en 1888—1889 Dans la première année on ne pouvait me-

1) CORNU A »*Étude des bandes telluriques α, B et A du spectre solaire*»

2) ROWLAND H A *Standard Wave-lengths in ordinary air at 20° C and 760 mm pressure*, dans *John Hopkins University circulars* Vol VIII N o 73, Mai 1889

3) Déterminée par N C DUNER

surer à la fois qu'une étendue de 30 révolutions environ Par conséquent, ne pouvant faire des mesures qu'entre des raies peu distantes, je n'ai fait porter mes mesures que sur un petit nombre de raies Les résultats immédiats des observations de cette année sont les suivants

Jour d'observation		6252 780 − 6265 348	6265 348 − 6291 22	6291 22 − 6302 717	6318 240 − 6302 717	6335 553 − 6318 240
Juin	17	− 19ʳ209	—	− 17 717	+ 23 949	+ 26 766
	18	197	− 39 555	695	927	725
	20	201	603	687	888	724
	22	211	584	696	888	716
	30	—	539	670	889	707
Juillet	3	—	633	728	933	755
	4	—	589	720	926	748
	4	—	578	722	—	—
	13	—	552	691	901	714
	15	—	589	705	888	735
	22	187	555	671	862	698
	26	195	526	712	882	711
	28	203	530	685	898	673
	30	143	524	686	836	687
Août	14	166	521	639	838	689
Moyennes		− 19 1902	− 39 5627	− 17 6963	+ 23 8932	+ 26 7177

En 1888 j'ai obtenu les valeurs suivantes des distances entre les raies mesurées

Jour		6252 780 − 6278 297	6256 573 − 6278 297	6261 315 − 6278 297	6265 348 − 6278 297	6270 440 − 6278 297	6278 297 − 6302 717
Mai	10	− 37ʳ820	− 34 224	− 25 212	− 19 249	− 11 690	− 36 32
	16	760	141	146	187	646	256
	16	—	—	—	—	—	—
	16	—	—	—	—	—	—
	19	769	178	170	216	660	233
	29	783	166	180	200	656	272
	29	801	—	—	—	—	—
	29	781	171	177	220	675	—
Juin	10	824	212	198	216	653	322
	10	835	—	—	—	—	—
	21	859	219	232	285	740	303
	21	825	—	—	—	—	—
Juillet	20	786	187	178	209	673	280
	20	803	—	—	—	—	—
Août	3	841	208	224	224	675	344

Jour		6252 780 − 6278 297	6256 573 − 6278 297	6261 313 − 6278 297	6265 348 − 6278 297	6270 440 − 6278 297	6278 297 − 6302 717
Août	7	− 37 849	− 32 238	− 25 218	− 19 230	− 11 680	− 36 310
	9	789	184	189	232	700	225
	9	—	—	—	—	—	254
	11	792	191	200	223	692	259
	11	—	—	—	—	—	257
	12	805	200	204	225	694	211
	12	736	—	—	—	—	208
	12	755	158	172	184	630	287
	13	784	188	190	208	651	293
	13	—	—	—	—	—	276
	20	800	196	211	231	691	276
	20	—	—	—	—	—	230
	20	811	211	216	260	694	312
	20	—	—	—	—	—	308
Moyennes		− 37 8004	− 32 1925	− 25 1952	− 19 2235	− 11 6765	− 36 2743

Jour		6314 871 − 6302 717	6318 240 − 6302 717	6322 911 − 6302 717	6335 553 − 6322 911	6337 044 − 6322 911
Mai	10	+ 18 142	+ 23 181	+ 30 182	+ 18 928	+ 21 165
	16	116	145	134	845	105
	16	—	—	—	—	070
	16	—	—	—	—	172
	19	094	132	116	920	175
	29	139	146	106	894	133
	29	—	—	—	—	—
	29	—	—	—	—	—
Juin	10	156	175	167	942	191
	10	—	—	—	—	—
	21	096	118	112	904	161
	21	—	—	—	—	—
Juillet	20	088	113	103	880	134
	20	—	—	-	—	—
Août	3	120	157	167	931	182
	7	166	189	199	939	194
	9	123	147	140	906	145
	9	—	—	119	—	—
	11	130	147	136	925	156
	11	—	—	144	—	—
	12	146	155	130	916	162
	12	—	—	097	—	—
	12	130	167	137	952	198
	13	140	170	164	917	154

Jour		*6314 871 − 6302 717*	*6318 240 − 6302 717*	*6322 911 − 6302 717*	*6335 553 − 6322 911*	*6336 044 − 632 911*
Août	13	—	—	+ 30 148	—	—
	20	+ 18 123	+ 23 159	148	+ 18 929	+ 21 170
	20	—	—	139	—	—
	20	138	180	172	935	172
	20	—	—	154	—	—
Moyennes		+ 18 1279	+ 23 1551	+ 30 1417	+ 18 9164	+ 21 1577

En 1889 les mesures ont conduit aux resultats suivants

Jour		*6252 280 − 6278 297*	*6256 573 − 6278 297*	*6261 315 − 6278 297*	*6265 348 − 6278 297*	*6270 440 − 6278 297*	*6278 297 − 6302 717*
Mai	25	− 37 773	− 32 191	− 25 187	− 19 215	− 11 693	− 36 227
	25	—	—	—	—	—	236
Juin	2	737	121	145	194	653	260
	2	—	—	—	—	—	239
	3	747	158	161	197	644	241
	3	—	—	—	—	—	258
	5	772	160	177	227	675	249
	5	—	—	—	—	—	270
	7	807	201	198	227	672	278
	7	—	—	—	—	—	286
	8	774	163	172	216	674	282
	8	—	—	—	—	—	303
	13	789	195	197	234	671	289
	13	—	—	—	—	—	298
	14	790	190	189	215	678	290
	14	—	—	—	—	—	321
	16	773	178	190	222	656	250
	16	—	—	—	—	—	259
	17	756	151	163	186	644	258
	17	—	—	—	—	—	255
Moyennes		− 37 7718	− 32 1708	− 25 1779	− 19 2133	− 11 6660	− 36 2675

Jour		*6301 720 − 6302 717*	*6314 871 − 6302 717*	*6318 240 − 6302 717*	*6322 911 − 6302 717*	*6335 553 − 6322 911*	*6337 068 6322 911*
Mai	25	− 1 477	+ 18 127	+ 23 130	+ 30 094	+ 18 894	+ 21 143
	25	—	—	—	104	—	—
Juin	2	491	082	116	090	932	183
	2	—	—	—	059	—	—
	3	474	088	108	090	912	147
	3	—	—	—	097	—	—
	5	471	132	153	121	909	168
	5	—	—	—	096	—	—

Jour		6301 720 − 6302 717	6314 871 − 6302 717	6318 240 − 6302 717	6322 911 − 6302 717	6335 553 − 6322 911	6337 068 − 6322 911
Juin	7	− 1 493	+ 18 140	+ 23 150	+ 30 145	+ 18 900	+ 21 142
	7	—	—	—	148	—	—
	8	495	125	144	124	925	156
	8	—	—	—	108	—	—
	13	485	098	119	108	908	155
	13	—	—	—	106	—	—
	14	499	102	143	122	907	146
	14	—	—	—	128	—	—
	16	470	114	138	110	900	162
	16	—	—	—	106	—	—
	17	486	134	164	133	919	169
	17	—	—	—	127	—	—
Moyennes		− 1 4841	+ 18 1142	+ 23 1365	+ 30 1108	+ 18 9106	+ 21 1571

Pour déduire de ces mesures les facteurs de réduction et la longueur d'onde de la raie 6302,717 non mesurée par M ROWLAND, j'ai employé la méthode suivante

Soit λ la longueur d'onde d'une raie mesurée, λ_0 celle de la raie 6302,717, soit D la distance mesurée entre ces deux raies, soit R le facteur de réduction, correspondant à $\frac{1}{2}(\lambda + \lambda_0)$ et R_0 celui de λ_0 on a d'abord

$$\lambda = \lambda_0 + DR \text{ ,}$$

et selon (19)

$$R = R_0 \, Sec\, \alpha_0 \, Cos \frac{1}{2}(\alpha + \alpha_0) \text{ ,}$$

où α_0 et $\frac{1}{2}(\alpha + \alpha)$ sont calculés d'après les équations suivantes (v équation 20)

$$\left. \begin{aligned} Sin\, \alpha_0 &= \frac{m}{2e} \; \lambda_0 \\ Sin \frac{1}{2}(\alpha + \alpha_0) &= \frac{m}{2e} \; \frac{1}{2}(\lambda + \lambda_0) \end{aligned} \right|$$

On a donc

$$\lambda - \lambda_0 = DR_0 \, Sec\, \alpha_0 \, Cos \frac{1}{2}(\alpha + \alpha_0)$$

Soit maintenant $d\lambda_0$ l'erreur de la valeur adoptée de λ_0 et dR_0 celle de R_0, on obtient

$$(22) \qquad \lambda - \lambda_0 - DR_0 \, Sec \, \alpha_0 \, Cos \frac{1}{2} (\alpha + \alpha_0) = d\lambda_0 + dR_0 \quad D ,$$

car dans le second membre on peut, sans faute appreciable, remplacer le coefficient $Cos \frac{1}{2} (\alpha + \alpha_0) \, Sec \, \alpha_0$ de la petite quantité dR_0 par 1

J'ai donc calculé d'abord la distance D entre chacune des raies mesurées et la raie 6302,717 et j'ai trouvé

Raie	*1887*	*1888*	*1889*
6252 780	− 76 4487	− 74 0747	− 74 0393
6256 573	—	− 68 4668	− 68 4383
6261 315	—	− 61 4695	− 61 4454
6265 348	− 57 2585	− 55 4978	− 55 4808
6270 440	—	− 47 9508	− 47 9335
6301 720	—	—	− 1 4841
6314 871	—	+ 18 1279	+ 18 1142
6318 240	+ 23 8931	+ 23 1551	+ 23 1365
6322 911	—	+ 30 1417	+ 30 1108
6335 553	—	+ 49 0581	+ 49 0214
6337 044	+ 50 6108	+ 51 2094	+ 56 2679

J'ai ici negligé les mesures de la raie 6278,30 Car contrairement à toutes les autres raies celle-ci est une raie atmosphérique et par conséquent les distances qui la séparent des autres sont sujettes à des variations dues au mouvement orbital de la terre Pour prendre ces variations en considération, il eût fallu noter le temps moyen de toutes les mesures, ce que je n'ai pas fait A vrai dire il eût mieux valu choisir exclusivement pour cette recherche des raies atmosphériques, où l'on n'a pas besoin de se soucier sur quel point du disque solaire est dirige le spectroscope, mais les listes de M ROWLAND ne contiennent pas assez de raies telluriques pour que cela soit possible J'ai donc tenu aussi exactement que possible la fente dirigée sur le centre du Soleil, dans le voisinage duquel les longueurs d'onde des raies solaires sont à peine sujettes à des variations causées par la rotation du soleil

En considérant les valeurs D, on observe qu'en 1887 elles ont été considérablement plus grandes qu'en 1888 et 1889 Cela s'explique immédiatement par la circonstance que l'objectif du spectroscope qui a servi cette année-là avait une distance focale plus grande que celui

qui a été employé plus tard Mais aussi entre les annees 1888 et 1889 il y a des différences constantes causées probablement par une autre orientation du reseau dans l'une et dans l'autre année Par conséquent, il faut traiter séparément les observations de chaque année

En appliquant donc l'équation (22) aux observations des trois années, j'ai adopte les valeurs approximatives suivantes

$$\lambda_0 = 6303\ 716$$

et pour

	1887	*1888*	*1889*
log R_0	9 813 75	9 826689	9 826689

En partant de ces valeurs, j'ai trouve, par la méthode des moindres carres, les resultats finals suivants

	1887	*1888*	*1889*
λ_0	6302 718	6302 714	6302 719
log R_0	9 813275	9 826902	9 827111

La valeur de λ_0 etant nécessairement la même dans les trois années, j'ai pris la moyenne des trois résultats differents et j'ai trouvé

$$\lambda_0 = 6302\ 717$$

Ensuite, j'ai calculé avec cette valeur de λ_0 et les différentes valeurs de R_0, les longueurs d'onde des raies mesurées, et j'ai trouve les valeurs suivantes, à côté desquelles je cite aussi leur moyenne et, pour comparaison, les longueurs d'onde trouvées par M le professeur ROWLAND

1887	*1888*	*1889*	*Moyenne*	*Rowland*
6252 776	625 785	6252 783	6252 781	6252 780
—	6256 580	6256 577	6256 578	6256 573
—	6261 311	6261 307	6 61 309	6261 315
6265 352	6265 346	6265 340	6265 346	6265 343
—	6 70 440	6270 438	6270 439	6270 440
—	—	6301 721	6301 721	6301 720
—	6314 873	6314 870	6314 871	6314 871
6318 240	6318 239	6318 235	6318 238	6318 240
—	6322 916	6322 905	6322 911	6322 906
6335 550	6335 556	6335 549	6335 552	6335 555
—	6337 055	6337 050	6357 052	6337 044

On observe que non seulement l'accord entre mes observations est très satisfaisant, mais aussi l'admirable exactitude des longueurs d'onde déterminées par M ROWLAND

A l'aide des valeurs trouvées pour le facteur de réduction R et pour la longueur d'onde $\lambda_0 = 6302{,}17$ j'ai calculé la quantité

$$r = \frac{VR}{2\lambda_0},$$

et j'ai trouvé

	1887	*1888*	*1889*
log r	1 18983	1 20346	1 20367

Pour la longueur d'onde $\lambda = 6301{,}721$ on obtient en 1889

$$\log r = 1\ 20374$$

L'une et l'autre de ces raies ayant été mesurées en 1889, j'ai adopté pour les mesures dans cette année

$$\log r = 1\ 20370$$

Si l'on introduit la quantité r dans l'équation (21), on obtient

$$v = r\, d\, Sec\, \eta\, Sec\, \psi \tag{23}$$

Pour réduire les observations sur le déplacement des raies, j'ai d'abord calculé les latitudes héliocentriques des points opposés l'un à l'autre sur lesquels se sont portées les mesures Soit δ la lecture sur le cercle de déclinaison aux mesures sur l'un des bords solaires, δ_0 la lecture au pointé sur le bord solaire le plus prochain boréal ou austral, $\delta - \delta_0$ corrigé de la réfraction est la différence en déclinaison entre le point observé et le bord solaire, et si s est le sémidiamètre du Soleil

$$\delta - \delta_0 \pm s$$

est la différence en déclinaison entre le centre du Soleil et le point en question Par conséquent, l'angle de position est calculé à l'aide de l'equation

$$tg\, P = \frac{\delta - \delta_0 \pm s}{s} \tag{24}$$

Le signe supérieur est valable, si $\delta - \delta_0$ est négatif, l'inférieur, si $\delta - \delta_0$ est positif Quant au quadrant auquel appartient P, on voit immédiatement que, pour des observations sur le bord est, on a toujours

$$180^0 > P > 0^0 \ ,$$

tandis que pour des observations sur le bord ouest

$$180_0 < P < 360_0$$

Après avoir calculé P_e pour le bord oriental et P_0 pour le bord occidental on a

$$(25) \qquad P = \frac{1}{2}(P_e + P_0 - 180^0)$$

Puis on calcule $p - P$ à l'aide de la Table I et π à l'aide de la Table II Pendant les observations sur les raies spectrales, j'ai aussi porté mon attention sur la partie de la bande spectrale qui se trouvait entre la croix des fils qui servit aux mesures et le bord de cette bande qui correspondait au bord solaire, et j'ai évalué la relation entre la largeur de cette partie et une des diagonales des parallélogrammes formés par les fils du micromètre J'ai en outre déterminé à l'aide du cercle de déclinaison la valeur angulaire de cette diagonale Enfin, j'ai lu le cercle de position du spectroscope En général cette lecture du cercle de position a été la même pendant un assez long temps pour toutes les observations sur une même latitude héliocentrique, prises avant midi, et aussi constante mais d'une autre valeur pour les observations du soir La partie du spectre dont je viens de parler a eu aussi en général une largeur constante, mais un peu variable d'une année à une autre Par conséquent, j'ai pu faciliter le calcul des ψ par de petites tables

D'abord, j'ai déduit pour chacune des six distances polaires héliocentriques 15^0, 30^0, 45^0, 60^0, 75^0 et 90^0 sur lesquelles se sont portées mes mesures, la constante

$$(26) \qquad \psi = \frac{h}{2\,s\,\sin\pi}$$

Puis j'ai calculé pour les valeurs differentes de P, en intervalles de 4^0, l'angle ψ a l'aide de l'équation (14) dans laquelle j'ai mis $j = 0$ et introduit la constante γ par où elle devient

$$\text{(27)} \qquad Sin \frac{1}{2} \psi = \frac{\gamma \, Cos \, (P - \varphi)}{Sin \, P}$$

La détermination de l'angle φ présente quelques difficultés Je l'ai effectuée en plaçant la fente tangente au bord boréal ou austral du Soleil, et en m'assurant qu'un point donné de la chromosphère se tenait au milieu de la fente entr'ouverte, tandis que je déplaçais l'instrument en angle horaire A la vérité, cette determination du point zero du cercle de position ne pouvait être faite que très grossièrement, or une grande exactitude n'est pas nécessaire pour obtenir l'angle ψ avec toute exactitude désirable, et cette circonstance est par conséquent sans influence sur les résultats

Les différentes séries d'observations ne sont pas d'une valeur tout-à-fait égale Dans les années 1887 et 1888 je n'ai mesure, dans la même série, qu'une paire de raies, 6301,72 et 6302,21 ou bien 6302,72 et 6302,97, tandis qu'en 1889 j'ai toujours mesure toutes les quatre raies D'ailleurs, chaque série comprend entre 12 et 24 pointes sur chaque raie, dont la moitie sur l'un des bords du soleil, la moitié sur l'autre bord Jamais je n'ai pris deux séries dans la même latitude héliocentrique pendant le même matin ou le même soir J'ai ainsi obtenu les valeurs suivantes de la vitesse v avec laquelle le bord oriental s'approche de la terre Cette vitesse est exprimée en kilomètres, π est la distance polaire héliocentrique sur laquelle se portaient les mesures

$\pi = 90^0$

1887		v	π	*1887*		v	π
Juin	3	+ 2 25	89°1	Juillet	1	1 79	88°5
	3	1 84	89 7		2	1 93	89 5
	4	1 79	88 5		3	1 67	89 6
	4	2 25	89 6		8	1 88	89 0
	11	2 16	89 8		12	1 78	86 3
	18	2 16	90 0		13	1 91	89 6
	19	2 05	89 9		14	1 89	89 3
	23	1 93	89 4		22	1 81	89 5
	24	2 00	89 4		23	1 68	89 8
	25	2 30	89 6		23	1 93	89 7
	29	2 08	89 9		26	1 97	90 0
	30	1 91	88 8		26	2 27	90 0

1887		ι	π
Juillet	27	+ 2 18	89°9
	28	1 98	89 8
	30	2 03	89 6
	30	2 08	89 9
	31	1 81	89 0
Août	4	2 07	89 8
	5	2 26	89 7
	5	1 93	90 0
	6	1 84	88 2
	6	2 16	89 6
1888			
Mai	5	2 14	89 4
	10	1 55	90 0
	12	2 12	89 9
	16	1 85	89 8
	19	2 26	89 6
	19	2 06	89 9
	20	1 97	89 9
	22	1 89	89 5
	22	1 98	90 0
	23	1 77	89 6
	23	1 66	89 9
	24	1 79	90 0
	29	1 94	89 4
Juin	6	1 75	89 9
	6	1 73	89 9
	12	1 86	90 0
	13	1 88	89 9
	13	1 68	89 2
	20	1 88	89 3
	21	1 69	89 7
	21	1 95	89 6
	22	2 36	89 4
	24	1 75	89 2
	24	1 88	89 9
	25	1 79	89 8
	26	1 72	89 9
	27	1 59	89 4
Juillet	16	2 24	89 9
	20	2 23	89 2
	20	2 10	90 0
	21	1 84	89 8
	25	1 91	90 0

1888		ι	π
Juillet	27	+ 2 01	89°1
	28	2 11	89 7
Août	1	1 74	89 9
	2	1 87	90 0
	3	1 87	89 9
	3	1 85	89 7
	4	1 97	89 4
	7	2 12	89 7
	7	2 07	89 8
	9	1 83	89 2
	11	1 82	89 8
	12	1 54	90 0
	12	1 67	89 9
	13	1 95	90 0
	20	2 01	90 0
	20	2 14	89 7
	21	1 86	89 9
1889			
Mai	23	2 04	89 6
	24	1 90	89 5
	24	2 17	90 0
	25	2 04	89 9
	28	2 09	89 2
Juin	2	1 83	88 5
	2	2 05	90 0
	3	1 98	89 6
	3	1 4°	89 8
	4	2 01	89 9
	5	2 15	90 0
	6	2 13	89 4
	7	2 14	89 7
	7	2 25	89 8
	8	1 83	89 5
	11	2 21	89 7
	13	2 05	89 8
	14	2 10	89 7
	14	2 09	89 8
	15	1 88	89 7
	15	2 29	89 9
	16	2 29	89 7
	17	2 37	87 5
	18	2 34	89 5

$\pi = 75^0$

1887		v	π
Juin	3	+ 2 20	$74^0 1$
	3	2 16	75 5
	3	1 91	75 6
	4	1 42	75 9
	4	2 10	75 9
	15	1 97	80 6
	16	1 97	81 0
	17	1 86	77 7
	18	2 05	75 1
	18	1 50	69 4
	19	2 19	74 9
	24	1 20	72 1
	25	1 97	74 7
	25	1 65	74 2
	29	1 99	74 4
	30	1 74	74 5
Juillet	1	1 87	73 8
	2	1 90	74 5
	3	1 81	74 4
	12	1 95	73 4
	13	1 81	73 2
	14	2 20	74 8
	22	1 93	74 0
	23	1 74	75 6
	23	1 54	75 1
	26	1 97	78 4
	26	1 82	74 5
	27	1 87	75 2
	28	1 84	74 6
	30	1 49	75 1
	30	1 87	75 1
	31	1 82	75 0
Août	4	1 89	75 0
	5	1 60	75 3
	5	1 93	75 1
	6	1 87	74 9
	6	1 89	74 7
1888			
Mai	5	1 99	74 3
	10	1 52	74 9
	12	1 90	74 5
	16	1 97	75 1

1888		v	π
Mai	19	+ 2 10	$74^0 7$
	19	1 80	75 1
	20	1 87	74 8
	20	1 54	75 3
	22	1 65	74 2
	22	1 53	74 8
	23	1 75	74 8
	24	1 97	74 7
	29	2 02	74 9
Juin	6	1 69	75 1
	6	1 60	75 8
	12	2 14	74 9
	13	1 66	75 1
	13	1 49	75 1
	20	1 72	75 3
	21	1 80	75 2
	21	1 80	75 0
	22	1 81	75 6
	22	1 28	74 3
	24	1 82	75 0
	24	1 76	75 1
	25	1 56	75 1
	26	1 62	74 6
	27	1 37	75 1
Juillet	16	1 97	74 8
	20	1 72	75 3
	20	1 51	74 9
	21	2 10	75 1
	27	1 93	74 7
	28	1 82	71 4
Août	1	1 70	74 9
	3	2 13	73 5
	3	1 57	74 4
	4	2 03	75 0
	7	1 64	74 9
	7	1 66	74 9
	11	1 82	74 9
	12	1 98	75 0
	21	1 99	75 2
1889			
Mai	23	1 92	74 8
	24	1 98	74 7

1889		*i*	*π*
Mai	24	+ 1 94	74°9
	25	1 74	75 1
	28	1 86	74 7
Juin	2	1 57	74 7
	2	1 73	75 0
	3	2 03	74 6
	4	1 87	74 9
	4	1 86	75 1
	5	2 05	75 2
	6	1 91	75 7
	7	1 76	74 8

1889		*i*	*π*
Juin	7	+ 2 01	75°0
	8	1 84	74 6
	11	1 76	75 0
	13	1 89	75 5
	14	1 86	74 7
	14	1 97	75 0
	15	1 94	75 2
	15	2 21	75 0
	16	1 91	75 0
	17	2 11	74 7
	18	2 27	74 9

$\pi = 60^0$

1887		*i*	*π*
Juin	11	+ 1 70	64°2
	17	1 58	60 4
	18	1 42	60 1
	19	1 58	59 7
	24	1 36	60 8
	29	1 32	59 4
	30	1 43	59 6
Juillet	1	2 06	59 0
	2	1 50	59 4
	3	1 48	59 4
	4	1 52	58 9
	12	1 64	58 6
	13	1 66	59 1
	14	1 84	59 7
	22	1 83	60 0
	23	1 54	60 1
	23	1 45	60 0
	26	1 92	60 6
	26	1 48	59 7
	27	1 66	60 1
	28	1 62	61 1
	30	1 58	60 1
	30	1 12	59 8
	31	1 30	60 3
Août	4	1 51	60 1
	5	1 63	60 0
	5	1 65	60 1

1887		*i*	*π*
Août	6	+ 1 57	60°2
	6	1 26	59 9
1888			
Mai	10	1 35	59 9
	11	1 52	60 2
	12	1 81	60 0
	16	1 65	60 6
	19	1 89	60 0
	19	1 65	59 8
	20	2 03	59 8
	20	1 70	60 1
	22	1 54	59 9
	22	1 87	60 0
	23	1 59	59 8
	24	1 58	60 0
	24	1 38	61 0
	29	1 71	59 7
Juin	6	1 78	60 1
	6	1 34	60 1
	12	1 46	60 1
	13	1 56	60 1
	13	1 57	60 5
	20	1 22	59 4
	21	1 49	59 9
	21	1 60	59 6
	22	1 43	60 3
	22	1 03	59 3

1888		v	π
Juin	24	+ 1 67	$60^0 2$
	24	1 36	60 2
	25	1 72	60 1
	26	1 85	60 0
	27	1 50	60 3
Juillet	16	1 24	59 7
	20	1 89	60 2
	20	1 67	59 9
	21	1 40	59 7
	27	0 99	60 0
	28	1 74	60 1
	30	1 41	60 2
Août	1	1 75	60 2
	3	1 54	60 3
	3	1 54	60 1
	4	1 64	59 9
	7	1 29	60 1
	7	1 48	59 9
	9	1 47	60 6
	11	1 23	59 7
	12	1 50	60 2
	12	1 51	60 2
	13	1 55	60 0
	20	1 50	60 2
	20	1 40	60 2
	21	1 98	60 1
	21	1 53	59 8

1889		v	τ
Mai	23	+ 1 42	$60^0 1$
	24	1 76	60 0
	24	1 68	60 [illegible]
	25	1 53	59 8
	28	1 51	59 6
Juin	2	1 49	60 1
	2	1 63	60 1
	3	1 43	59 6
	4	1 32	60 4
	4	1 66	60 [illegible]
	5	1 32	57 7
	6	1 82	59 7
	7	1 87	59 6
	7	1 74	60
	8	1 81	60 [illegible]
	11	1 70	59 8
	13	1 52	60 4
	14	1 65	59 8
	14	1 81	60 0
	15	1 51	59 9
	15	1 73	61 1
	16	2 12	59 8
	17	1 50	60 0
	18	1 89	59 5

$$\pi = 45^0$$

1887		v	τ
Juin	15	+ 1 31	$48^0 0$
	16	0 55	48 4
	18	1 46	45 1
	19	1 38	45 1
	22	1 33	45 2
	24	0 80	45 9
	24	1 33	46 1
	25	1 26	40 5
	25	0 82	44 5
	25	1 23	43 8
	29	1 08	39 5
	30	1 34	44 3

1887		v	τ
Juillet	1	+ 1 47	$44^0 1$
	2	1 29	44 6
	3	1 18	44 3
	4	1 12	44 2
	9	1 40	45 0
	13	1 22	43 8
	14	1 39	43 0
	22	1 36	44 7
	23	1 29	45 1
	26	1 53	45 6
	26	1 34	45 8
	27	1 18	44 8

1887	v	π
Juillet 28	+ 1 04	44°8
30	1 20	45 0
30	1 24	44 6
31	0 59	45 2
Aout 4	1 63	45 3
5	0 97	45 2
5	1 25	44 8
6	0 95	45 3
6	1 28	44 6
1888		
Mai 5	0 87	45 5
10	1 32	45 1
11	1 46	45 0
12	1 40	44 8
16	1 12	45 3
16	1 26	44 9
19	1 34	44 9
19	1 42	45 1
20	1 42	45 1
20	1 08	44 9
22	1 48	44 6
22	1 16	44 6
23	1 53	44 9
24	1 21	45 0
24	1 45	45 3
29	1 29	44 9
Juin 6	1 45	45 0
6	1 23	45 0
12	1 39	44 8
13	0 88	45 0
13	1 30	45 2
20	0 87	45 6
21	0 93	45 1
21	0 91	45 2
22	1 17	44 5
22	1 24	44 5
24	1 12	44 9
24	1 34	45 0
25	1 20	45 2
26	1 09	44 9
27	1 10	45 0
27	0 88	45 0

1888	v	π
Juillet 16	+ 0 59	44°6
20	1 33	44 8
20	1 11	45 5
21	1 32	46 8
27	0 77	46 0
30	0 89	45 1
Août 1	1 38	44 8
3	1 02	45 1
3	1 00	44 9
4	1 16	45 3
4	0 96	45 4
7	1 26	45 1
7	1 32	44 2
11	1 06	44 9
12	0 73	45 5
13	1 07	44 9
20	1 09	44 8
1889		
Mai 23	1 28	44 8
24	1 19	44 9
24	1 26	45 1
25	1 06	44 7
Juin 1	1 14	44 6
2	1 19	44 8
2	1 01	44 9
3	1 12	46 7
3	1 07	45 0
4	1 00	45 2
5	1 16	44 9
6	1 28	45 0
7	1 30	44 6
7	1 30	44 8
8	1 42	45 1
11	1 21	45 4
13	1 31	44 7
14	1 00	45 1
14	1 62	45 3
15	1 03	44 8
15	1 19	45 3
17	1 25	45 4
17	1 47	45 4
18	0 81	45 2

$\pi = 30^0$

1887		v	π
Juin	3	+ 0 78	29⁰ 1
	4	0 74	30 8
	15	0 79	34 1
	16	0 60	26 6
	17	0 76	30 2
	17	1 24	30 3
	18	0 76	30 2
	19	0 36	31 2
	19	0 77	30 0
	22	0 81	30 2
	24	0 51	33 8
	24	0 60	30 3
	25	0 27	25 8
	25	0 53	30 6
	29	0 41	29 6
	30	0 72	29 7
Juillet	1	0 31	28 6
	2	0 79	29 6
	3	0 80	29 9
	4	0 87	29 6
	9	0 87	29 7
	13	0 67	28 6
	14	0 84	30 1
	20	1 07	30 0
	22	0 53	30 2
	23	0 69	30 0
	26	0 50	29 3
	26	0 83	29 8
	27	1 07	29 6
	28	0 97	29 9
	30	0 48	30 4
	30	0 55	30 1
	31	0 55	30 2
Août	4	0 74	30 5
	5	0 77	30 4
	5	0 71	30 2
	6	0 77	29 9
	6	0 89	30 0
1888			
Mai	5	0 44	30 4
	10	0 59	31 0
	11	0 75	30 1

1888		v	π
Mai	12	+ 0 58	30⁰ 5
	16	0 85	30 7
	19	0 63	30 1
	19	1 17	30 4
	20	0 71	30 6
	20	0 88	30 1
	22	0 53	29 9
	22	0 85	29 5
	23	0 64	30 0
	24	0 81	30 2
	24	0 65	30 1
	29	0 84	29 9
Juin	6	0 67	30 0
	6	0 86	30 1
	12	0 94	29 9
	13	0 49	30 2
	13	0 69	30 2
	20	1 01	31 5
	21	0 58	30 3
	21	0 50	30 0
	22	0 52	29 5
	22	0 66	29 7
	24	0 70	30 0
	24	0 95	30 4
	25	0 65	30 0
	26	0 91	30 0
	26	0 72	30 2
	27	0 66	30 3
Juillet	16	0 44	29 5
	20	0 83	29 6
	20	0 90	29 3
	21	0 49	29 7
	27	0 37	29 6
	30	0 64	29 9
Août	1	0 89	30 4
	3	0 69	30 3
	3	0 77	30 2
	4	0 63	30 3
	4	0 45	30 4
	7	0 55	30 2
	7	0 70	30 1
	11	0 88	30 2
	13	0 67	29 9

1889		v	π
Mai	23	+ 0 64	30°4
	24	0 63	30 3
	24	0 84	29 7
	25	0 77	29 7
Juin	1	0 56	29 5
	2	0 68	30 2
	2	0 76	30 2
	3	1 20	29 3
	3	0 84	29 9
	4	0 60	30 3
	5	0 61	29 7
	6	1 03	30 0

1889		v	π
Juin	7	+ 1 01	29°5
	7	0 91	30 2
	8	0 65	29 7
	11	0 63	30 5
	13	0 74	30 2
	14	0 69	30 2
	14	1 02	29 8
	15	0 51	30 0
	15	0 65	30 2
	17	0 63	29 8
	18	0 52	29 7

$\pi = 15^0$

1887		v	π
Juin	4	+ 0 12	15°9
	4	+ 0 51	15 9
	11	+ 0 12	16 4
	17	− 0 11	15 3
	17	− 0 48	15 3
	17	+ 0 75	15 3
	18	+ 0 54	15 2
	19	+ 0 46	15 3
	22	+ 0 40	14 8
	24	+ 0 24	15 9
	24	+ 0 18	15 8
	25	+ 0 51	17 1
	29	+ 0 43	14 1
	30	+ 1 00	18 1
Juillet	1	+ 0 31	15 8
	2	+ 0 31	15 2
	3	+ 0 23	14 1
	4	+ 0 39	13 1
	9	+ 0 23	15 8
	13	+ 0 41	16 2
	14	+ 0 66	14 4
	20	+ 0 32	14 1
	22	+ 0 55	16 1
	22	+ 0 24	14 9
	23	− 0 14	14 5
	26	+ 0 64	15 7

1887		v	π
Juillet	26	+ 0 60	14°9
	27	+ 0 18	14 8
	28	+ 0 23	14 9
	30	+ 0 31	15 4
	30	+ 0 15	15 1
	31	+ 0 30	15 3
Août	4	+ 0 48	15 0
	5	+ 0 25	15 6
	5	+ 0 41	15 9
	6	+ 0 46	15 0
	6	+ 0 35	15 1
1888			
Mai	5	+ 0 22	15 2
	10	+ 0 50	14 7
	11	+ 0 39	16 7
	12	+ 0 20	15 3
	16	+ 0 47	15 9
	19	+ 0 33	15 2
	19	+ 0 28	15 1
	20	+ 0 50	15 0
	20	+ 0 51	15 1
	22	+ 0 34	14 8
	22	+ 0 59	15 2
	23	+ 0 30	15 3
	24	+ 0 53	15 0

1888		*i*	*π*
Mai	24	+0 44	$15^{0}4$
	29	+0 39	14 8
Juin	6	+0 66	14 8
	6	+0 57	15 3
	12	+0 58	15 5
	13	+0 48	15 7
	13	+0 46	15 4
	20	+0 55	16 4
	21	+0 45	15 3
	21	+0 34	15 3
	22	+0 34	14 6
	22	+0 23	14 9
	24	+0 43	15 7
	24	+0 81	16 5
	25	+0 51	14 4
	26	+0 08	15 0
	26	+0 41	16 0
	27	+0 35	15 3
Juillet	16	+0 33	15 0
	20	+0 16	15 3
	20	+0 25	15 4
	21	+0 36	15 0
	27	+0 36	15 0
	30	+0 41	15 1
Août	1	+0 19	14 9
	3	+0 43	14 6
	3	+0 22	15 2
	4	+0 35	15 0
	4	+0 33	14 7
	7	+0 27	14 5

1888		*i*	*π*
Aout	7	+0 40	$14^{0}4$
	11	+0 25	14 9
	12	+0 55	15 7
	13	+0 26	14 9
1889			
Mai	23	+0 51	14 8
	24	+0 49	14 9
	24	+0 32	15 2
	25	−0 04	14 5
Juin	1	+0 43	15 0
	2	+0 14	14 8
	2	+0 31	15 1
	3	+0 37	15 3
	3	+0 33	15 0
	4	+0 32	15 3
	5	+0 20	15 5
	6	+0 13	15 2
	7	+0 36	14 6
	7	+0 44	15 0
	8	+0 41	14 8
	11	+0 48	15 4
	13	+0 35	15 3
	14	+0 40	14 4
	14	+0 32	15 2
	15	+0 47	15 0
	15	+0 23	15 4
	17	+0 57	15 2
	18	−0 20	14 7

Outre ces observations, j'ai pris en 1888 quelques séries de mesures sur les points, opposés l'un à l'autre, dont les angles de position diffèrent de $+90^0$ et de -90^0 resp de celui de l'équateur solaire et ou, par conséquent, il n'y a pas de déplacement des raies spectrales causé par la rotation du Soleil J'ai obtenu

1888		*i*
Mai	5	−0 10
	11	+0 20
	12	+0 02
	16	−0 07
Août	11	−0 12
	13	−0 24
	20	+0 01
	21	+0 16
	21	−0 04
Moyenne		−0 02

Le résultat de ces 8 séries de mesures est en effet zéro. En examinant les vitesses de rotation trouvées pour les différentes latitudes héliocentriques, on voit qu'en général l'accord en est excellent. Cependant, il y a quelques mesures qui présentent des écarts si considérables de la moyenne des autres qu'on est porté à croire qu'elles ont été altérées par quelque cause particulière. Pour les observations dans le voisinage de l'équateur, on pourrait penser à l'influence des éruptions des gaz de l'intérieur du Soleil. Pour les observations dans le voisinage des pôles, on pourrait au contraire suspecter qu'il y a eu, dans les observations, confusion des bords solaires, de la sorte que des observations qui devaient être prises sur le bord est se sont en effet portées sur le bord ouest ou vice versa, erreur qui ne se trahit pas par l'apparence seule du groupe des raies mesurées que quand on observe dans une latitude de 45° et au dessous. Mais bien qu'il est fort possible que des erreurs de cette espèce puissent avoir arrivé, j'ai cru, cependant qu'il vaudrait mieux ne pas faire des suppressions ou altérations arbitraires des observations, d'autant moins que le grand nombre des séries d'observations rend peu sensible l'influence de ces erreurs. D'autre part pour ne pas donner aux observations l'apparence d'avoir une exactitude exagérée, j'ai pris des moyennes séparées des observations de chaque année, et j'ai calculé les erreurs probables de chacune de ces moyennes. J'ai trouvé

φ	v	ε	n	An
0°.3	1.90	± 0.018	49	1888
0.4	2.05	± 0.028	24	1889
0.6	1.99	± 0.020	34	1887
14.9	1.85	± 0.0[illegible]4	37	1887
15.0	1.92	± 0.021	24	1889
15.2	1.77	± 0.0[illegible]1	45	1888
29.9	1.55	± 0.0[illegible]0	51	1888
30.0	1.56	± 0.026	29	1887
30.1	1.64	± 0.027	24	1889
44.9	1.16	± 0.021	49	1888
44.9	1.19	± 0.0[illegible]4	24	1889
45.3	1.[illegible]1	± 0.030	33	1887
59.9	0.70	± 0.01[illegible]	46	1888
60.0	0.77	± 0.023	38	1887
60.0	0.74	± 0.025	23	1889
74.7	0.32	± 0.029	37	1887
74.8	0.39	± 0.014	47	1888
75.0	0.32	± 0.025	23	1889

Ici φ est la latitude héliocentrique, donc égal à $90^0 - \pi$, e est l'erreur probable des résultats, et n le nombre des séries de mesures que j'ai prises dans les différentes années

Quand même les erreurs probables de ces moyennes ont des grandeurs assez différentes, je n'ai pas cru devoir les prendre en considération à la formation des positions normales, les erreurs systématiques dans les années particulières étant plus fortes que les erreurs accidentelles J'ai donc tout simplement pris les moyennes des trois valeurs qui appartiennent à la même latitude héliocentrique Cela fait, j'ai transformé les vitesses en ξ Cos φ où ξ est l'angle de rotation en 24 heures

Soit R le rayon équatorial du Soleil en kilomètres,

D un jour moyen exprimé en secondes $= 86400$

Il est donc evident que, $2\pi R$ étant la périphérie de l'équateur solaire, et Dv etant le chemin parcouru en un jour moyen, il faut que pour l'équateur solaire

$$\xi = \frac{Dv}{2\pi R} \cdot 360^0$$

Or pour une latitude egale à φ on a

$$\xi = \frac{Dv}{2\pi R \operatorname{Cos} \varphi} \cdot 360^0 , \tag{28}$$

ou v est la vitesse qui correspond à la latitude φ C'est par ces calculs que j'ai trouve les valeurs normales suivantes

φ	v	ξ Cos φ	ξ	n
$0^0 4$	1 98	$14^0 14$	$14^0 14$	107
15 0	1 85	13 19	13 66	104
30 0	1 58	11 31	13 06	104
45 0	1 19	8 48	11 99	106
60 0	0 74	5 31	10 62	107
74 8	0 34	2 45	9 34	107

Il suffit de jeter un coup d'oeil sur les nombres de cette table pour y voir la confirmation de ce qu'avaient révélé les observations sur les taches, a savoir que le temps de rotation des différentes zones de la surface solaire n'est pas le même, que la zone équatoriale fait un tour

entier dans le temps le plus court, et que le temps de rotation augmente avec la latitude Mais les taches qu'on a pu observer pendant plus d'une revolution, et qui par consequent se prêtent avec avantage aux recherches sur la rotation du Soleil, ne se sont presentées que très exceptionnellement au delà de 35° de latitude et jamais au delà de 45°, la latitude la plus élevée ou l on a vu une tache n'atteint pas les 55° On n'a donc rien su jusqu'à present sur la rotation des deux calottes entre 55° et les pôles Mes observations étendent notre connaissance de ces faits jusqu'à la latitude de 75°, donc jusqu'au voisinage immédiat des pôles

J'ai employe les valeurs de $\xi\, Cos\, \varphi$ pour deduire les formules qui donnent les valeurs de l'angle de rotation en fonction de la latitude héliocentrique On sait que M FAYE a adopte, dans les recherches qu'il a faites sur ce sujet, la forme

$$\xi\, Cos\, \varphi = [a - b\, Sin^2\, \varphi]\, Cos\, \varphi \ ,$$

ou ce qui revient au même

$$\xi\, Cos\, \varphi = [a' + b'\, Cos^2\, \varphi]\, Cos\, \varphi$$

J'ai d'abord adopte la formule

$$\xi\, Cos\, \varphi = 9^0{,}35\, Cos\, \varphi + 5^0{,}00\, Cos\ \ \varphi \ ,$$

ce qui donne les équations de condition suivantes

$$\begin{aligned}
0 &= + 0^0 2094 + [9\ 99999]\, da + [9\ 99997]\, db \\
0 &= + 0\ 3472 + [9\ 98494]\, da + [9\ 95482]\, db \\
0 &= + 0\ 0349 + [9\ 93753]\, da + [9\ 81259]\, db \\
0 &= - 0\ 1007 + [9\ 84949]\, da + [9\ 54847]\, db \\
0 &= - 0\ 0100 + [9\ 69897]\, da + [9\ 09691]\, db \\
0 &= + 0\ 0915 + [9\ 41861]\, da + [8\ 25583]\, db \ ,
\end{aligned}$$

où les quantités entre crochets sont des logarithmes Ces equations, traitées d'après la méthode des moindres carres donnent les formules corrigées suivantes

$$(29) \qquad \xi\, Cos\, \varphi = 9^0{,}56306\, Cos\, \varphi + 4^0{,}53874\, Cos^3\, \varphi \ ,$$

ou bien

$$(30) \qquad \xi\, Cos\, \varphi = [14^0{,}10 - 4^0{,}54\, Sin^2\, \varphi]\, Cos\, \varphi$$

M SPÖRER au contraire donne la préférence à la forme très simple

$$\xi \, Cos \, \varphi = [a + b \, Cos \, \varphi] \, Cos \, \varphi \ ,$$

déjà proposée par C.-H.-F. PETERS

J'ai d'abord accepté

$$\xi \, Cos \, \varphi = 7^0{,}1900 \, Cos \, \varphi + 7^0{,}1900 \, Cos^2 \, \varphi$$

La comparaison de cette formule avec les valeurs normales de $\xi \, Cos \, \varphi$ donnent les équations de condition suivantes

$$\begin{aligned}
o &= + 0^0 2395 + [9\ 99999] \, da + [9\ 99998] \, db \\
o &= + 0\ 4633 + [9\ 98494] \, da + [9\ 96988] \, db \\
o &= + 0\ 3192 + [9\ 93753] \, da + [9\ 87506] \, db \\
o &= - 0\ 1992 + [9\ 84949] \, da + [9\ 69898] \, db \\
o &= - 0\ 0825 + [9\ 69897] \, da + [9\ 39794] \, db \\
9 &= + 0\ 0700 + [9\ 41861] \, da + [8\ 83722] \, db
\end{aligned}$$

Trois solutions successives de ces équations conduisirent à la formule suivante

$$(31) \qquad \xi = 7^0{,}27538 \, Cos \, \varphi + 6^0{,}72458 \, Cos^2 \, \varphi \ ,$$

ou bien

$$(32) \qquad \xi = [7^0{,}275 + 6^0{,}725 \, Cos \, \varphi] \, Cos \, \varphi$$

M SPÖRER a aussi proposé la forme un peu plus compliquée

$$\xi \, Cos \, \varphi = [a + b \, Cos \, \varphi + c \, Sin \, \varphi] \, Cos \, \varphi \ ,$$

ou, ce qui revient au même

$$\xi \, Cos \, \varphi = [a + b \, Cos \, \varphi] \, Cos \, \varphi + c' \, Sin \, 2 \, \varphi$$

J'ai adopté

$$\xi \, Cos \, \varphi = 8^0{,}596 \, Cos \, \varphi + 5^0{,}522 \, Cos^2 \, \varphi - 0^0{,}380 \, Sin \, 2 \, \varphi$$

Cette formule m'a donné les équations de condition suivantes

$$\begin{aligned}
o &= - 0^0 0276 + [9\ 99999] \, da + [9\ 99998] \, db + [8\ 14495] \, dc \\
o &= + 0\ 0752 + [9\ 98494] \, da + [9\ 96988] \, db + [9\ 69897] \, dc \\
o &= - 0\ 0532 + [9\ 93753] \, da + [9\ 87506] \, db + [9\ 93753] \, dc \\
o &= - 0\ 0205 + [9\ 84949] \, da + [9\ 69898] \, db + [0\ 00000] \, dc \\
o &= + 0\ 0394 + [9\ 69897] \, da + [9\ 39794] \, db + [9\ 93753] \, dc \\
o &= - 0\ 0089 + [9\ 41861] \, da + [8\ 83722] \, db + [9\ 70418] \, dc
\end{aligned}$$

et en se rappelant que les observations des taches contredisent catégoriquement la supposition d'un angle ξ plus petit que 14⁰,14, on obtiendrait

$$\xi \, Cos\, \varphi = 14^0{,}14 \, Cos\, \varphi \ ,$$

par où l'on obtient

	0⁰4	15⁰0	30⁰0	45⁰0	60⁰0	74⁰8
ξ Cos φ Calculé	14⁰14	13⁰66	12⁰25	10⁰00	7⁰07	3⁰71
Observation-Calcul	0 00	− 0 47	− 0 94	− 1 52	− 1 76	− 1 26

ou

v Calculé	1 98	1 92	1 72	1 41	1 00	0 52
Observation-Calcul	0 00	− 0 07	− 0 14	− 0 22	− 0 26	− 0 18

On voit que ces écarts surpassent de beaucoup les erreurs probables des mesures qui n'atteignent pas en moyen 0,02, même avec les suppositions les plus défavorables Les séries qui ont donné des valeurs de v plus petites ou plus grandes que les vitesses calculées sont

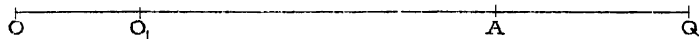
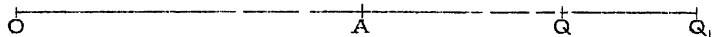
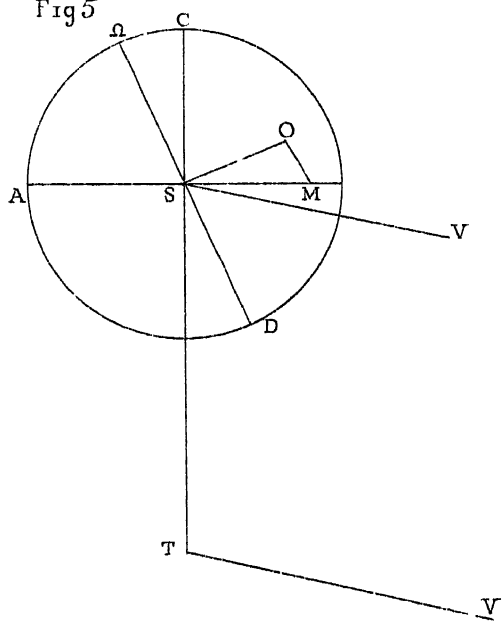
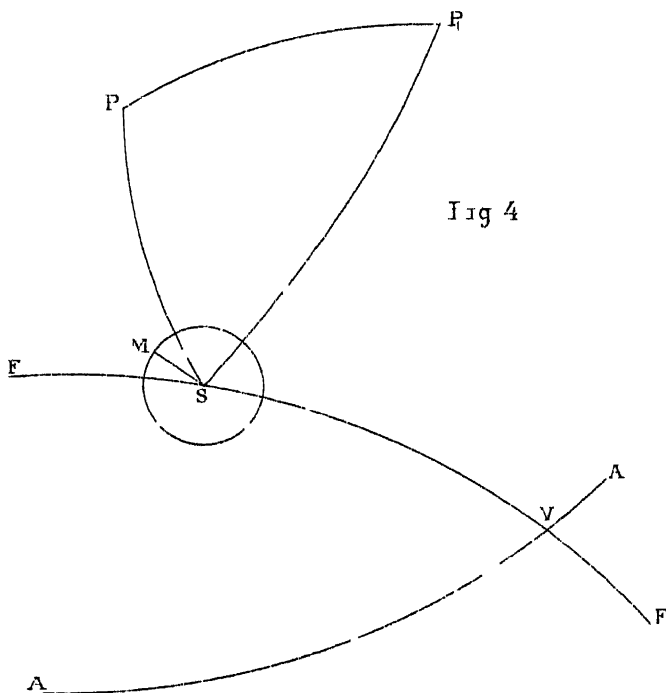
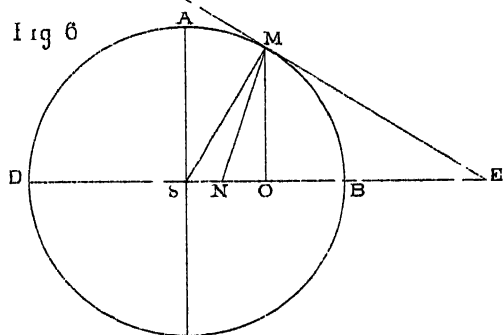
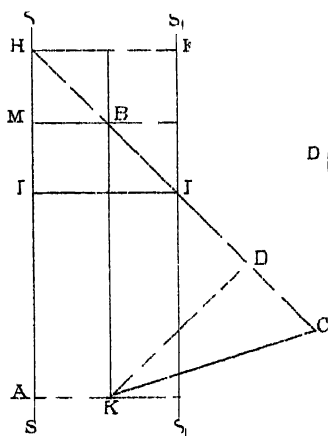
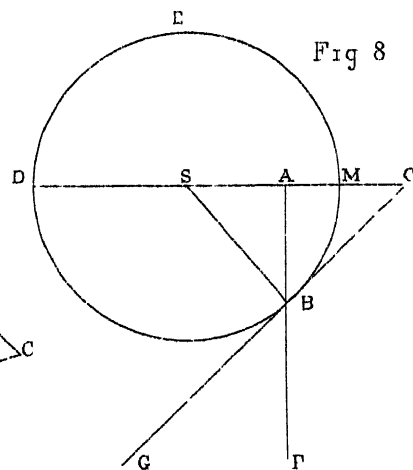
	0 4	15 0	30 0	45 0	60 0	74 8
Plus grandes	50	38	24	14	9	16
Plus petites	57	66	80	92	98	91

Ces nombres prouvent aussi la réalité de l'augmentation du temps de rotation dans les latitudes plus élevées

Si, enfin, on calcule les temps de rotation, à l'equateur et sous le pôle, on trouve

φ	*Formule* (30)	*Formule* (32)	*Formule* (34)
0⁰	25ʲ 53	25ʲ 71	25ʲ 50
90⁰	37 66	49 45	45 98

Je dois avouer que cette différence entre le temps de rotation dans les différentes latitudes me semble incompréhensible, et constitue un des problèmes les plus difficiles de l'astrophysique, d'autant plus que les recherches sur la rotation du Soleil faites à l'aide des mesures sur les facules semblent contredire ce ralentissement de la rotation

Fig 1
O
O1
A
Q
Fig 2
O
A
Q
Q1
Fig 3
P1
P
E
Fig 4
P1
P
M
S
F
A
V
F
A
Fig 5
Ω
C
O
A
S
M
V
D
T
V
Fig 6
A
M
D
S
N
O
B
E
S
S1
H
F
M
B
I
I
D
C
Fig 7
A
K
S
S1
Fig 8
E
D
S
A
M
C
B
G
F

NOVA ACTA REGIÆ SOCIETATIS SCIENTIARUM UPSALIENSIS
SER IV VOL 1 N 6

ÜBER DIE ROTATION DER SONNE

ZWEITE ABHANDLUNG

VON

N C DUNER

(Mitgeteilt der Königl Societät der Wissenschaften zu Upsala am 16 Nov 1906)

UPSALA 1907
AKADEMISCHE BUCHDRUCKEREI
EDV BERLING

Fünfzehn Jahre sind verstrichen, seit ich meine Abhandlung »*Sur la rotation du Soleil*»[1] veröffentlichte. Diese Arbeit wurde auf die Anregung des Vorstandes der Stiftung »Lars Hiertas Minne» in Stockholm unternommen, welche mir die nöthigen Geldmittel zum Anschaffen eines Spektroskops von der grösstmöglichen Dispersion zur Verfügung stellte, unter Aussprechung des Wunsches, dass ich, durch geeignete Messungen, auf experimentellem Wege die damals noch hin und wieder bestrittene Richtigkeit des Dopplerschen Princips untersuchen möchte. Es ist nun offenbar, dass bei der damals noch allgemein benutzten Methode, alle Spektralmessungen direct mit dem Auge auszuführen, es kaum möglich wäre, ein geeigneteres Prüfungsobject zu finden als nahe stehende Linien im Sonnenspektrum, von welchen die eine durch Absorption an der Sonne, die andere durch Absorption in der Erdatmosphäre entsteht, und deren Entfernung an diametral sich gegenüberstehenden Puncten der Sonnenscheibe gemessen wird. Ich entschloss mich daher, eine Bestimmung der Rotationszeit der Sonne auszuführen, um so mehr als die Aussicht vorhanden war, diese Bestimmung bis in hohe heliocentrische Breiten hinauf ausführen zu können, während aus bekannten Gründen jede solche Untersuchung durch Fleckenbeobachtungen auf die Zone 5° bis 40° heliocentrische Breite beschränkt bleiben muss.

Das Spektroskop, mit welchem jene Bestimmung der Sonnenrotation ausgeführt wurde, besteht aus einem Messingrohre mit einem äusseren Durchmesser von 84 Mm und 98 Cm Länge. In Entfernungen von 24 Cm von jedem Ende trägt es zwei Ringe aus Rothguss, welche in den Zapfenlagern des Stativs ruhen, wenn das Spektroskop am Refractor angebracht ist. An seinem unteren, vom Refractorrohre entfernteren Ende trägt das Hauptrohr des Spektroskops einen anderen

[1] *Nova Acta Regiae Societatis Scientiarum Upsaliensis* Ser III Vol IV Fasc 2

Ring, mit welchem zwei starke unter sich parallele Arme ein Stuck bilden

Diese Arme gehen anfanglich 9,5 Cm in einer gegen das Hauptrohr senkrechten Richtung Dann biegen sie sich rechtwinklig, werden folglich dem Hauptrohre parallel und laufen in dieser Richtung noch 26,5 Cm bis zu einer runden Platte von 8 Cm Durchmesser und 17,5 Mm Dicke, die an zwei einander gerade gegenuberstehenden Puncten an dem einen und anderen von diesen Armen befestigt ist An dieser Platte ist mit Hulfe von drei Paaren von Correctionsschrauben ein von 10 zu 10 Minuten getheilter Kreis befestigt und an diesem ein kurzes Rohr, in welchem eine Stahlachse sich drehen kann, welche einen Arm mit zwei Mikroskopen tragt, an welchen man 5″ ablesen kann An diesem Arme wird in spater zu beschreibender Weise das Gitter angebracht

Ganz im Anfang habe ich gesagt, dass das Hauptrohr einen Durchmesser von 84 Mm habe Dies ist indessen nicht ganz richtig, was den 24 Cm langen Theil zwischen den beiden unteren Ringen betrifft Dieser Theil hat namlich in Wirklichkeit einen Durchmesser von 96 Mm, und innerhalb desselben befindet sich ein Auszugrohr, welches an seinem unteren Ende ein von Reinfelder und Hertel in Munchen verfertigtes Objectiv von 81 Mm Durchmesser und 118 Cm Brennweite tragt Dieses Objectiv dient zugleich als Collimatorobjectiv und Objectiv des Beobachtungsfernrohres Um die Spiegelungen an den verschiedenen Flachen dieses Objectivs zu verhindern, welche sonst im hochsten Grade storend gewesen waren, ist im Centrum der inneren Flache des Objectivs ein kreisformiges Stuckchen schwarzen Cartons von 10 Mm Durchmesser angeklebt worden

Am oberen Ende ist das Hauptrohr durch ein 8 Cm langes Rohr mit einem Durchmesser von 67 Mm verlangert, in welchem ein Auszugrohr, welches den Spalt tragt, gleiten kann Die Spaltbacken sind aus einer Legirung von Platin und Iridium verfertigt, und der Spalt wird durch eine Schraube mit eingetheilter Trommel geoffnet 5 ganze Gange dieser Schraube offnen den Spalt 1 Mm weit Da nun die Trommel 50 Theilstriche hat, entspricht einem Theile der Trommel eine Spaltbreite von 0,004 Mm Wahrend der Beobachtungen in Lund wurde aus practischen Grunden das Sonnenbild nicht direct auf die Spaltplatte aufgefangen, sondern durch eine kleine Linse auf dieselbe projicirt In Upsala wurde dagegen die Einrichtung getroffen, dass das Focalbild direct auf den Spalt fallt Mittels einer dunnen Messingplatte

mit dreieckigem Ausschnitte kann der Spalt nach Belieben mehr oder weniger verdeckt werden, wodurch die Hohe des Spektrums beliebig verringert werden kann ohne dass die Lage der Mittellinie zwischen der oberen und unteren Begrenzung des Spektrums verandert wird

Das Ocularrohr befindet sich seitlich am Hauptrohre und moglichst nahe am oberen Ende desselben Es besteht aus einem Rohre von 100 Mm Lange mit einem Durchmesser von 50 Mm, das an seinem inneren Ende ein rechtwinkliges Prisma tragt welches sich ganz nahe der Achse des grossen Hauptrohres des Spektroskops befindet, jedoch ohne in irgend einer Weise in den Strahlenconus des Objectivs hineinzuragen Die aus der Spalte austretenden Strahlen gehen durch das Objectiv welches sie parallel macht, wonach sie das Gitter treffen welches das Licht dispergirt Dann fallt es wieder auf das Objectiv, welches die Spektra der verschiedenen Ordnungen zum Bild vereinigt Giebt man dem Gitter eine genugende Neigung, indem man den Mikroskoparm um die Achse, an welcher er befestigt ist, dreht, so mussen Theile von einem oder mehreren Spektren das Prisma treffen, dort eine totale Reflexion erleiden und aus dem Hauptrohre in einer zu dessen Achse nahezu senkrechten Richtung heraustreten Das Focalbild entsteht im Inneren des Ocularrohrs und kann durch Drehen des Ocularteiebs zugleich mit der Einstellungsmarke im Mikrometer vollig deutlich sichtbar gemacht werden

Das Mikrometer ist so construirt, dass die Schraube zugleich die Marke und das Ocular verschiebt Fruher, in Lund, bestand die Marke im Mikrometer aus zwei Paaren paralleler Faden, welche sich unter 60° kreuzten In Upsala habe ich statt dessen zwei feine, einander gegenuberstehende Nadelspitzen einsetzen lassen Ihre Entfernung kann dadurch verandert werden, dass man die eine Nadel verschiebt, wahrend man die Schraube welche sie festhalt, etwas zuruckgeschraubt hat Ferner konnen beide Nadeln zugleich mit Hulfe einer Schraube zur Langenrichtung des Spektrums senkrecht verschoben werden

Die Ganghohe der Mikrometerschraube ist 1/4 Mm, und die Schraubentrommel von 40 Mm Durchmesser tragt 100 Theilstriche Man liest mit Hulfe einer Loupe die ganzen Schraubengange an einer Scala ab, welche sich seitlich an einem der Schlitten befindet Das Mikrometer hat funf Oculare, deren Aequivalentbrennweiten resp 54, 27 18 13,5 und 9 Mm sind Ich habe immer das mittlere angewandt Im Jahre 1901 hat Dr BLEGSTRAND das noch schwachere zweite benutzt

Das Gitter selbst ist in einer viereckigen, hinten geschlossenen vorne offenen, mit Sammt bekleideten Messingcassette angebracht in welcher es durch vier sehr weiche, auch mit Sammt bekleidete Stahlfedern, welche quer über die vier Ecken des Gitters gehen und dasselbe nur sehr schwach berühren, festgehalten wird. Diese Federn können daher unmöglich auch nur die geringste Biegung des Gitters verursachen. Diese innere Cassette wird in einer zweiten, sowohl vorne wie unten offenen, hinten, oben und an den beiden Seiten geschlossenen, 112 Mm. im Viereck haltenden äusseren Cassette durch drei an dessen hinterer Seite befindliche Paare von Schrauben festgehalten. Unten wird diese äussere Cassette zu beiden Seiten durch zwei 30 Mm. lange und ebenso breite Messingplatten fortgesetzt, welche zur Befestigung der äusseren Cassette am Spektroskop dienen.

Während das Spektroskop in Lund angewandt wurde, wurde die äussere Gittercassette unmittelbar am Mikroskopträger durch zwei Ziehschrauben befestigt, welche, je eine, durch ein ziemlich geräumiges Loch in jeder der eben erwähnten Messingplatten gehen. Diese Löcher liegen in demselben Plane, wie die Gittertheilung. Auf jeder Seite dieser Löcher befinden sich in Entfernungen von je 9 Mm. zwei andere Löcher mit Druckschrauben. Mit Hülfe dieser sechs Schrauben konnte folglich die Neigung der Gitterplatte gegen die optische Achse des Spektroskopfernrohres geändert, und auch die Gitterlinien in der darauf senkrechten Richtung corrigirt werden, so dass sie der Umdrehungsachse parallel wurden. Zugleich mit jener Correction wurde auch der Theil des Spektralbandes, welcher bei einer gegebenen Stellung des Gitters sichtbar werden konnte, in die Mitte des Gesichtsfeldes gebracht. Allerdings waren diese Correctionen recht unbequem, und ein Gehülfe unerlässlich.

Als das Spectroskop hier in Upsala benutzt werden sollte, wurde auf dem Mikroskoparme eine runde, ziemlich kräftige Messingplatte von 19 Cm. Durchmesser angebracht, welche die Gittercassette trägt. Ausserdem ist die hintere in den beiden Paaren von Druckschrauben entfernt und die Ziehschraube mit einer kräftigen Spiralfeder umgeben worden, welche die obere Kante der Cassette rückwärts drücken muss, folglich in den meisten in Frage kommenden Lagen des Instruments in derselben Richtung, in welcher die Schwere wirkt. Die vier Schrauben und die zwei Federn würden demnach das Gitter in eine sehr unrichtige Stellung bringen.

An der Mitte der hinteren Fläche der Gittercassette ist aber ein 34 Mm langer Messingarm angelöthet, durch welchen eine Schraube, welche oben eine cannelirte 25 Mm grosse Messingscheibe trägt, hindurchgeht. Das abgerundete untere Ende dieser Schraube ruht auf der oben genannten Messingplatte, und wenn man mit Hülfe der cannelirten Scheibe die Schraube dreht, kann man folglich, indem die Federn an den Ziehschrauben zusammengedrückt werden, die obere Kante des Gitters nach vorne drücken, so dass es in der einen Richtung correct gestellt wird, während man, mit Hülfe der zwei Druckschrauben die Gitterlinien in der auf jener senkrechten Richtung corrigiren kann.

Natürlich kann der Mikroskoparm und zugleich damit das Gitter an die Drehungsachse festgeklemmt werden. Mit Hülfe einer Feinschraube kann man dann eine gegebene Spektrallinie an beliebiger Stelle im Gesichtsfelde einstellen. Um äusseres Licht von dem Gitter abzuhalten, befindet sich das Gitter innerhalb eines Cylinders aus sehr dünnem Messingblech, dessen Bodenfläche die an dem Mikroskoparme angeschraubte Messingscheibe ist. Oben ist der Cylinder mit einer runden Platte aus Aluminiumblech verschlossen. Dieser Cylinder ist von dem Gitter gänzlich frei, ist aber mit dem Objectivende des Spektroskopfernrohres durch ein Rohr, welches aus zwei in einander gleitenden Theilen besteht, verbunden. Von diesen beiden Theilen ist der eine an dem Cylinder, der andere an der Objectivfassung des Spektroskopfernrohres befestigt. Man kann daher, ohne durch dieses Rohr behindert zu werden, das Objectiv mit Hülfe des Objectivtriebes einstellen. An dem entgegengesetzten Theile des Cylinders befindet sich eine Klappe, welche geöffnet werden kann, um die Stellung des Gitters durch die Schraube an der hinteren Seite der Gittercassette berichtigen zu können, ohne den ganzen Cylinder abheben zu müssen.

Um das Spektroskop am optischen Rohre des Refractors der Sternwarte zu Upsala anzubringen, entfernt man vom grossen Hauptrohre des Instruments den ganzen etwa 80 Cm langen Oculartheil, der aus einem oben 230, unten 210 Mm im Durchmesser haltenden, folglich schwach conischen Stahlrohre von 58 Cm Länge besteht, das durch ein Gusseisenstück fortgesetzt wird, welches den Ocularzug, den Mikrometer etc. trägt, und befestigt statt dessen mit zwölf Schrauben ein cylindrisches Stahlrohr von 232 Mm Durchmesser, über welches der 36 Mm lange oberste Theil des Spektroskopträgers gleiten und mit acht starken Schrauben befestigt werden kann.

Der Trager besteht zunachst aus dem eben genannten Ringe, welcher unmittelbar durch ein starkes Messingrohr von 32 Cm Lange, aber etwas kleinerem Durchmesser fortgesetzt wird Zwei sehr starke, fest mit einander verbundene Ringe, einer am oberen, einer am unteren Ende dieses Rohrs, konnen als ein Stuck um dasselbe gedreht werden, wobei am oberen Ringe vier Frictionsrollen die Drehung erleichtern Am unteren Ende des festen Rohrs befindet sich ein in ganze Grade eingetheilter Kreis, und an ihm kann man den Drehungswinkel ablesen Durch diese beiden Ringe gehen vier Messingrohre, welche 115 Cm lang sind und aussere Durchmesser von 26 Mm haben An ihrem unteren Ende tragen sie das eine und 50 Cm hoher hinauf das andere Zapfenlager, in welchem die zwei Rothgussringe ruhen, welche sich am Fernrohre befinden Nachdem das Spektroskop in die Zapfenlager gelegt ist, wird es dort mit Hulfe von zwei Messingbogen, welche man mit Schrauben an den Zapfenlagern befestigt, festgehalten

Bei den Beobachtungen ist das Spektrum vierter Ordnung durchweg benutzt worden Unter diesen Umstanden wird dies Spektrum, abgesehen von ultrarothen und ultravioletten Strahlen, bei der Wellenlange 6300, vom Grun des Spektrums funfter und vom Violett des Spektrums sechster Ordnung uberlagert Diese wurden sehr storend wirken Ich habe daher vor dem benutzten Oculare ein kleines aber ziemlich kraftiges Prisma *à vision directe*, einem von TOPFER in Potsdam verfertigten Zollnerspektroskope angehorig angebracht, und zwar so, dass seine brechende Kante der Langenausdehnung des Spektrums parallel war Bei der geringen Breite der Spektra wurden dieselben durch dies Prisma ganz getrennt

Der dispergirende Theil des Spektroskops besteht in einem Diffractionsgitter auf Spiegelmetall, welches in 1886 auf der Theilmaschine von ROWLAND hergestellt wurde Dieses Gitter, welches auf einem von Herrn J BRASHEAR geschliffenen Planspiegel von 100 Mm Seite getheilt ist, hat 46000 Linien von 53 Mm Lange auf einer Breite von 81 Mm Die Entfernung zweier aneinander liegenden Linien betragt folglich 0,00176 Mm

Wie das mit den ROWLANDSCHEN Gittern uberhaupt der Fall ist ist dies Gitter in solcher Weise getheilt, dass die Spektra auf der einen Seite betrachtlich heller als auf der anderen sind An diesem Gitter kommt noch eine Anomalie vor, welche fur Arbeiten mit sehr starker Dispersion im hochsten Grade vortheilhaft ist Wahrend namlich das Spektrum zweiter Ordnung recht schwach ist, ist das Spektrum dritter

Ordnung sogar etwas heller wie das Spektrum erster Ordnung, und selbst das Spektrum vierter Ordnung nicht viel schwacher wie das der ersten Ordnung. Selbst das Spektrum funfter Ordnung giebt den hellen Theilen des Spektrums eine nicht unbedeutende Lichtstarke. Die Kraft des Spektroskops ist daher ausserordentlich, wovon eine Liste von mir demselben gefundenen neuen Doppellinien im Sonnenspektrum, welche in meiner oben genannten Abhandlung S. 9 und 10 mitgetheilt ist, hinreichend zeugt. Dasselbe wird auch durch die dort erwahnte Auflosung des allgemeinen Sonnenfleckspektrums in zahlreiche feine Liniengruppen bewiesen.

Was ich in dieser fruheren Abhandlung uber das Spektrum der Sonnenflecken gesagt habe, ist, wie eine Ausserung Prof. HALE's in den *Contributions from the Solar Observatory Mt. Wilson, California*, No. 5, S. 24 zeigt, theilweise missverstanden worden. Wahrend Prof. HALE die Richtigkeit meiner Beobachtungen in dieser Hinsicht uberhaupt anerkennt, erklart er: *we cannot subscribe to the opinion expressed by* DUNER, *that there is no fundamental difference between the general solar spectrum and that of the spots. If in accordance with what appears to be his view the spot spectrum is produced by a general increase in the intensity of the lines of the solar spectrum, no such differences in the relative intensities of the spot lines as are plainly shown in Plate IV could exist.* An der Richtigkeit dieser Folgerung Professor HALE's kann nicht gezweifelt werden. Nur muss ich sagen, dass es gar nicht meine Absicht war, zu behaupten, dass das Sonnenfleckspektrum sich in der Weise bildet, dass die Linien des allgemeinen Sonnenspektrums streng relativ zu ihren Intensitaten verstarkt werden. Um eine solche Ansicht aussprechen zu konnen, ware es erforderlich gewesen, das Fleckenspektrum eingehend zu untersuchen. Dies habe ich in keiner Weise thun konnen, und der sehr bescheidene Platz in meiner Abhandlung uber die Sonnenrotation, an welchem diese Ausserung sich befindet, beweist dies zur Genuge. Ich sage ausserdem ausdrucklich, (S. 11) *je n'ai pu que tres rarement employer mon instrument pour l'examen des taches*, und das Ziel dieser Untersuchung war *pour examiner si l'observation tres remarquable de* M. YOUNG *est reellement exacte*. Und wenn ich sage, (S. 12) *qu'il n'y a pas de difference fondamentale entre le spectre solaire general et celui des taches*, habe ich nur an den allgemeinen Character der zwei Spektra gedacht, und bin zu dem Schlusse gelangt, dass das eine wie das andere ein Absorptionsspektrum sei, und dass in beiden Absorptionen durch Gase, welche sowohl in den

Flecken wie in der allgemeinen absorbirenden Schicht der Sonne vorkommen, hervorgebracht seien. Dass ein Astronom, der wie Professor HALE die Verhältnisse an der Sonne bis in die kleinsten Einzelheiten zu studiren gewohnt ist, geglaubt hat, dass selbst diese kurze Notiz das Resultat einer ausführlichen und gründlichen Untersuchung sei, kann nicht auffallen. Ich dagegen bin sehr zufrieden, dass das, was ich während dieser flüchtigen Untersuchung gesehen habe, nicht mehr von dem wirklich Vorhandenen abweicht. Dass ich gar nicht von dem Verhalten einzelner Linien im Fleckenspektrum, deren Verbreiterung, Abschwächung, ja eventuelle Umkehrung etc. schon in allen Handbüchern über die Spektralanalyse erwähnt sind, sprechen und dies als unrichtig erklären wollte, ist selbstverständlich.

Die oben erwähnten Veränderungen theils der Marke im Mikrometer des Spektroskops, theils der Anbringung des Gitters am Mikroskopträger haben die Beobachtungen am Instrumente nicht unwesentlich bequemer gemacht. Bei den Beobachtungen in 1899, 1900 und 1901 war es möglich, und wurde thatsächlich immer so gemacht, dass ich keinen Gehülfen bei den Beobachtungen hatte. Die grobe Einstellung des Spektrums in die Mitte des Gesichtsfeldes konnte ohne Schwierigkeit bewerkstelligt werden, besonders wenn durch Verschiebung der Spaltblende das Spektralband recht breit gemacht war. Wenn es sich nämlich zeigte, dass die Mittellinie des Spektrums sich weit oberhalb oder unterhalb der Mitte des Gesichtsfeldes befand, konnte man mit Hülfe der Schraube an der hinteren Seite der äusseren Gittercassette die Lage des Spektralbands verändern. Bei einiger Vorsicht, und wenn man abwechselnd einstellte und in das Ocular hineinsah, war nach ein Paar Versuchen die Correction genügend genau ausgeführt. Durch Verschiebung der Blende wurde nun das Spektrum so schmal gemacht, dass das kleine Prisma *à vision directe* das Spektrum IV. Ordnung von denen V. und VI. Ordnung trennte, für eine Wellenlänge von etwa 6300 im Spektrum IV. Ordnung. Nun wurde die Lage des Gitters, wenn erforderlich, nochmals für diese Stelle corrigirt. Bei dieser Correction konnte die feinste Einstellung natürlich so gemacht werden, dass die Nadelspitzen etwas verschoben wurden. Die grösste Unbequemlichkeit, über welche in *Sur la Rotation du Soleil* (s. 14) geklagt wird, war folglich gänzlich beseitigt. Statt dessen entstanden andere Biegungen im Instrumente oder wurden solche vergrössert. Vor allem zeigten sich die Einstellungen, selbst an einer und derselben Spektrallinie, lange nicht constant, sondern änderten sich mit der Zeit recht be-

trächtlich. Dies machte besondere Vorsichtsmassregeln bei den Beobachtungen nöthig. Es wurde immer nur die Entfernung zweier Spektrallinien, nicht wie in Lund in einer Beobachtungsreihe die Entfernungen mehrerer, bis sechs, Linien gemessen, und zwar geschahen die Messungen so, dass zuerst die erste und unmittelbar nachher die zweite Linie bei directer Drehung der Mikrometerschraube, und dann bei retrograder Drehung zuerst die zweite und dann die erste Spektrallinie eingestellt wurde. Es wurden für eine Messung immer gleich viele in directer Richtung und unmittelbar nachher in retrograder Richtung gemachte Einstellungen zum Mittel vereinigt. In dieser Weise durften wohl zum grössten Theile die durch diesen Mangel an Stabilität hervorgerufenen Fehler beseitigt worden sein.

Bei den Beobachtungen in den Jahren 1887—1889 hatte ich die fortschreitenden und die periodischen Fehler der Mikrometerschraube recht vollständig untersucht. Es zeigte sich hierbei[1], dass die periodischen Fehler der Mikrometerschraube so unbedeutend waren, dass sie höchstens 0,001 eines Schraubenumganges erreichten. Da bei der Berechnung die Genauigkeit nur bis zu dieser Grösse getrieben wurde, und da ausserdem die Messungen einer Distanz zwischen den Spektrallinien von Tag zu Tag an verschiedenen Theilen der Schraube gemacht wurden, habe ich geglaubt, bei der Reduction der Beobachtungen zu Upsala diese Fehler gänzlich vernachlässigen zu können. Von noch geringerem Einflusse auf die Beobachtungen zur Bestimmung der Verschiebungen der Spectrallinien an den Rändern der Sonne sind die fortschreitenden Fehler der Schraube[2], da diese Messungen immer an den mittleren Gängen der Schraube gemacht wurden, wo der Einfluss dieser Fehler zugleich sehr klein ist und sich sehr langsam ändert. Bei diesen Messungen habe ich folglich auch diese Fehler vernachlässigt. Dagegen erstrecken sich die Messungen zur Bestimmung der Reductionsfactoren über sehr beträchtliche Theile der Schraube. Ich habe daher die Correctionen wegen dieser Fehler an den zur Bestimmung dieser Factoren ausgeführten Messungen angebracht. Auch der Einfluss dieser Fehler auf die Resultate ist indessen fast ganz verschwindend klein.

Die Beobachtungen zur Bestimmung der Rotationszeit der Sonne wurden in den Sommermonaten von 1899, 1900 und 1901 gemacht,

[1] *Recherches sur la Rotation du Soleil*. S. 15—21.
[2] L. c. S. 21.

die meisten von mir selbst. Da es mir aber wünschenswerth erschien, eine unabhängige Controlle durch einen anderen Astronomen zu haben, habe ich Herrn Dr. BERGSTRAND gebeten, während der nicht ganz kurzen Theile dieser Sommer, wo ich von Upsala abwesend war, Beobachtungen zu machen. In Folge ungünstiger Witterungsverhältnisse fielen indessen seine Beobachtungen relativ spärlich aus. Im Jahre 1901, in welchem ich keine Beobachtungen vor dem Anfange derjenigen Dr. BERGSTRANDS anstellen konnte, wurden diese letzteren in dem schwächeren der zwei Spectra vierter Ordnung gemacht, da bei der Einsetzung des Gitters in die Cassette dasselbe zufälligerweise in verkehrter Lage eingesetzt wurde. Die Folge davon war, dass die Beobachtungen Dr. BERGSTRANDS in diesem Jahre bei schwächerer Ocularvergrösserung gemacht werden mussten und unsicherer ausfielen.

Meine Beobachtungen wurden immer in den frühen Morgenstunden (18^h bis 21^h M. Z.) angestellt, da die atmosphärischen Linien im Sonnenspectrum zu dieser Tageszeit beträchtlich stärker als in den Mittagsstunden sind, und die Einstellungen auf sie sich daher mit grösserer Schärfe machen liessen. Auf Nachmittagsbeobachtungen glaubte ich verzichten zu müssen, da bei der dann nöthigen Lage des Instruments die Ablesungen des Declinationsmikroskops schwieriger und unsicherer wurden. Dass diese Beobachtungen ausschliesslich in den Sommermonaten gemacht wurden, erklärt sich dadurch, dass jede andere Beobachtung unmöglich wird, sobald das Spectroskop am Refractor angebracht ist. Es erschien daher am zweckmässigsten, die Beobachtungen zur Bestimmung der Rotationszeit der Sonne ausschliesslich in der Jahreszeit zu machen, wo in Folge der hellen Nächte die meisten anderen Beobachtungen doch unmöglich sind. Zu dieser Zeit hat man übrigens hier in Upsala nicht selten die meisten klaren Tage. Besonders war dies der Fall im Juli 1899 und 1901. Allerdings waren bisweilen diese Beobachtungen nicht sehr angenehm, da um 9 Uhr früh, wo dieselben endeten, das Thermometer im Schatten innerhalb der Kuppel schon sehr hoch, ein Mal sogar 33° C. zeigte. Und doch konnte der Beobachter es nicht vermeiden, bisweilen im vollen Sonnenschein, also bei noch beträchtlich höherer Temperatur zu beobachten. Nach dem 26 Juli 1901 wurden diese Beobachtungen durch eine Krankheit, welche ich mir während derselben zugezogen hatte, verhindert.

Meinem Plane nach sollten die Beobachtungen der Hauptsache nach in derselben Weise ausgeführt werden wie früher in den Jahren 1887—1889 in Lund, folglich an diametral entgegengesetzten Puncten des Sonnenrandes, und der Einfachheit wegen in sechs Gruppen, an den heliocentrischen Breiten 0°, 15°, 30°, 45°, 60° und 75°.

Um bei den Messungen die Marke im Spektroskope auf diese Puncte zu richten, bin ich in folgender Weise verfahren. Erst wurde empirisch die Stellung des Positionskreises am Träger bestimmt, bei welcher sowohl die Spektra der Nord- und Südränder der Sonne wie an der betreffenden Breite das Spektrum des Sonnenrandes möglichst scharf erschienen. Bei geeigneter Wahl genügten für die sechs Breiten zwei solche Stellungen des Spektroskops. Dann wurde der Refractor so eingestellt, dass diejenige der zwei Nadelspitzen im Mikrometer, welche bei der Messung benutzt werden sollte, das Spektrum des Nord- resp. Südpunctes der Sonne gerade berührte, wenn der Refractor um seine Stundenachse gedreht wurde, und das Declinationsmikroskop abgelesen. Der Refractor hat allerdings nur ein solches. Bei den Messungen, um die es sich handelt, gilt es aber nur eine Declinationsdifferenz von weniger als 20′ zu messen. Ein Excentricitätsfehler am Declinationskreise wäre folglich ohne jeden Einfluss auf die Messungen. Ausser der gewöhnlichen Einstellungsmarke ist das Mikroskop mit einem Mikrometer versehen, an welchem man 2″ direct ablesen kann. Nachdem in dieser Weise die Ablesung für den Nord- resp. Südrand gefunden war, wurde an dieser die schon im voraus berechnete Declinationsdifferenz zwischen diesem Rande und der Stelle, an welcher die Linienverschiebung gemessen werden sollte, angebracht, und der Refractor in die so berechnete Lage eingestellt. Nachdem an dieser Stelle die Messungen an den Spektrallinien ausgeführt waren, wurde der Declinationskreis wieder abgelesen und darauf der Nord- oder Südrand wieder eingestellt. Bei der Berechnung wurde der Unterschied zwischen den Mittelzahlen der beiden Ablesungen am Sonnenrand, resp. an der Stelle, wo die Messungen gemacht wurden, zur Herleitung der heliocentrischen Breite dieses Punctes benutzt. Unmittelbar nach diesen Beobachtungen wurden in gleicher Weise die entsprechenden Messungen an dem diametral gegenüberstehenden Puncte des Sonnenrandes gemacht.

Um aus der so erhaltenen Mittelzahl dieser Declinationsdifferenzen die heliocentrische Breite des Punctes zu finden, wurde in folgender Weise verfahren.

Nehmen wir zuerst an (Fig. 1), der am Ostrande der Sonne beobachtete Punct O sei nördlicher als der Sonnenmittelpunct S. Dann ist $NA = \Delta\delta$ der Declinationsunterschied zwischen dem Nordpuncte und dem Puncte O am Ostrande. Ist nun r der Sonnenhalbmesser SN und $AS = d\delta$, so ist

$$d\delta = r - \Delta\delta \tag{1}$$

Fig. 1.

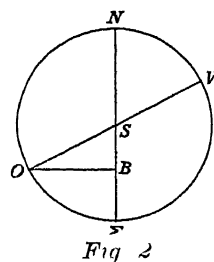
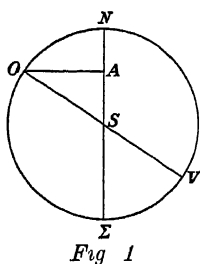



Fig. 2.

Ist dagegen (Fig. 2) der Punct O südlicher als S, so ist der Declinationsunterschied des Südpunctes der Sonne Σ und des Punctes O gemessen worden. Man hat nun ebenso wie vorher, wenn $SB = d\delta$, $NB = \Delta\delta$:

$$d\delta = r - \Delta\delta \tag{2}$$

In diesem Falle ist aber $B\Sigma = \Delta\delta'$, nicht $\Delta\delta$ gemessen worden. Man hat aber

$$\Delta\delta = 2r - \Delta\delta',$$

folglich

$$d\delta = \Delta\delta' - r \tag{3}$$

In beiden Fällen ist der Positionswinkel des Punctes O

$$NSO = P.$$

Es ist aber (Fig. 1)

$$\text{Cos } P = \frac{SA}{SO},$$

und (Fig. 2)

$$\text{Cos } P = \frac{SB}{SO},$$

folglich in beiden Fällen

$$\text{Cos}\ P = \frac{d\delta}{r} \tag{4}$$

aus welcher Gleichung P gefunden wird

Es sei nun (Fig 3) P der Pol des Aequators, P_1 der Pol der Ecliptik

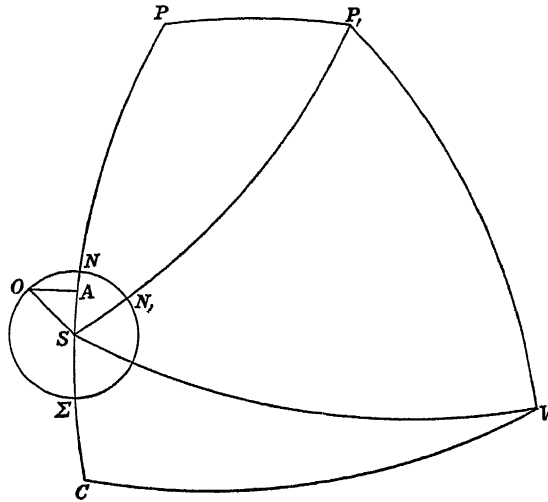



Fig 3

$O N N_1 \Sigma$ die Sonne, und O, N, A, S mögen dieselbe Bedeutung wie früher haben Es sei ausserdem VC der Aequator, VS die Ecliptik Dann ist

$$PSO = P\ ,\quad NS = r\ ,\quad AS = r\ \text{Cos}\ P\ ,$$

$$AN = r - r\ \text{Cos}\ P \tag{5}$$

Setzt man weiter

$$P_1SO = p \qquad SV = \odot\ ,\quad SC = \delta\ ,\quad SVC = PP_1 = \varepsilon$$

folglich, da $VP_1S = \odot$, $P_1S = 90^0$

$$PSP_1 = p - P\ ,\quad PS = 90^0 - \delta\ ,\quad PP_1S = 90^0 - \odot$$

Und da

$$\text{Sin}\ PS\ \text{Cos}\ PSP_1 = \text{Cos}\ PP_1\ \text{Sin}\ P_1S - \text{Sin}\ PP_1\ \text{Cos}\ P_1S\ \text{Cos}\ PP_1S$$

$$\text{Cos}\ \delta\ \text{Cos}\ (p - P) = \text{Cos}\ \varepsilon$$

und

$$\text{Cos}\ (p - P) = \frac{\text{Cos}\ \varepsilon}{\text{Cos}\ \delta} \qquad (6)$$

Wenn man diesen Ausdruck von 1 subtrahirt, resp zu 1 addirt, bekommt man nach Division

$$\text{tang}\ \tfrac{1}{2}\,(p - P) = \pm \sqrt{\text{tang}\ \tfrac{1}{2}\ (\varepsilon + \delta)\ \text{tang}\ \tfrac{1}{2}\ (\varepsilon - \delta)} \qquad (7)$$

Die Berechnung dieser Formel ergiebt die folgende Tafel der positiven Werthe von $p - P$

Tafel I

δ	$p - P$	δ	$p - P$
23° 27	0°,0	19° 30	13° 4
26 5	0 9	0	14,2
26	1 3	18 30	14,7
24	1,6	0	15 3
20	2 4	17 30	15 9
16	3 0	0	16 4
8	4 0	16 30	16,9
0	4 8	0	17 4
22 52	5 4	15 0	18 2
44	6 0	14 0	19,0
36	6 4	13 0	19 7
24	7,1	12 0	20 3
12	7,8	11 0	20 8
0	8 3	10 0	21 3
21 40	9 2	8 0	22 1
20	10 1	6 0	22 7
0	10 7	4 0	23 1
20 30	11 8	2 0	23 4
0	12,6	0 0	23 5

Es ist nun offenbar $p > P$ vom Wintersolstitium bis zum Sommersolstitium, folglich $p - P$ positiv fur $90° > \odot > 270°$, dagegen $p - P$ negativ fur $270° > \odot > 90°$

Sobald $p - P$ berechnet ist, kann man folglich auch p berechnen

In meiner Abhandlung *Sur la rotation du Soleil* kommt in der Formel (10) der Druckfehler vor, dass $\pm$ statt $\mp$ steht Die Berechnungen nach dieser Formel sind indessen richtig ausgefuhrt

Es sei nun π die heliocentrische Polardistanz des Puncts O, und (Fig 4) S der Mittelpunct der Sonne, SV, $S\Omega$ die von der Sonne zum Frühlingstaggleichenpuncte und zum aufsteigenden Knoten des Sonnenaequators auf der Ecliptik gezogenen Linien, T die Erde, Π die Projection des Pols der Sonne und O die des Puncts, an welchem die Beobachtungen gemacht sind Dann ist

Fig 4

$$VSC = \odot \ , \quad VS\Omega = \Omega \ , \quad CS\Omega = -(\odot - \Omega)$$

$$SO = -p \ , \quad O\Pi = \pi \ , \quad \Pi SO = CSO = -(\odot - \Omega)$$

Betrachtet man nun das sphärische Dreieck zwischen dem Nordpuncte der Sonne N, den Puncten Π und O, wo die verlängerte Sonnenachse und SO die Himmelssphäre treffen, so ist, da die Seiten

$$a = \pi \ , \quad b = -p \ , \quad c = i$$

und der gegenüber der Seite a stehende Winkel

$$A = -(\odot - \Omega)$$

$$\mathrm{Cos}\ \pi = \mathrm{Cos}\ p\ \mathrm{Cos}\ i - \mathrm{Sin}\ p\ \mathrm{Sin}\ i\ \mathrm{Cos}\ (\odot - \Omega)$$

oder

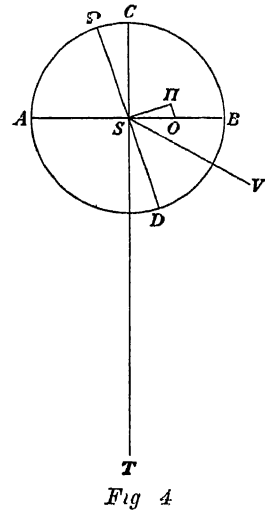
$$\mathrm{Cos}\ \pi = \mathrm{Cos}\ (p + i) + 2\ \mathrm{Sin}\ i\ \mathrm{Sin}\ p\ \mathrm{Sin}^2\ \frac{1}{2}\ (\odot - \Omega) \qquad (8)$$

Es ist aber

$$\mathrm{Cos}\ \pi = \mathrm{Cos}\ (p + i) + 2\ \mathrm{Sin}\ i\ \mathrm{Sin}\ p\ \mathrm{Sin}^2\ \frac{1}{2}\ (\odot - \Omega) = \mathrm{Cos}\ (p + i)$$
$$+ 2\ \mathrm{Sin}\ i\ \mathrm{Sin}\ p\ \mathrm{Sin}^2\ \frac{1}{2}\ [360^0 - (\odot - \Omega)]$$

$$\mathrm{Cos}\ \pi = \mathrm{Cos}\ i\ \mathrm{Cos}\ p - \mathrm{Sin}\ p\ \mathrm{Sin}\ i\ \mathrm{Cos}\ (\odot - \Omega) = -[\mathrm{Cos}\ i\ \mathrm{Cos}\ (180^0 - p)$$
$$- \mathrm{Sin}\ i\ \mathrm{Sin}\ (180^0 - p)\ \mathrm{Cos}\ [180^0 + \odot - \Omega]$$

Jene Gleichung beweist, dass die Werthe von $\pi - p$ gleich sind für $360^0 - (\odot - \Omega)$ wie für $\odot - \Omega$, folglich braucht man nicht $\pi - p$ für Werthe, welche grösser wie 180^0 sind, zu berechnen

Diese Gleichung beweist, dass die Werthe von $\pi - p$ numerisch gleich, aber von entgegengesetzten Zeichen für $180^0 - p$ und

$180^0 + \odot - \Omega$, wie für p und $\odot - \Omega$ sind. Folglich braucht man auch nicht die Werthe $\pi - p$ für Werthe von p, die zwischen 90^0 und 180^0 liegen, besonders zu berechnen. Es genügt folglich, $\pi - p$ für die Werthe von p zwischen 0^0 und 90^0 und für $\odot - \Omega$ zwischen 0^0 und 180^0 zu berechnen.

Nach Spörer ist nun für 1900,0 $\Omega = 75^0{,}0$, $i = 7{,}0$. Hiermit erhält man die folgenden Tafeln.

Tafel II. Werthe von $\pi - p$.

p	$\odot - \Omega$										p
	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	
0°	+7°,0	+7°,0	+7°,0	+7°,0	+7°,0	+7°,0	+7°,0	+7°,0	+7°,0	+7°,0	0°
1	+7,0	+7,0	+6,9	+6,9	+6,8	+6,7	+6,6	+6,4	+6,2	+6,1	1
2	+7,0	+7,0	+6,9	+6,8	+6,6	+6,4	+6,2	+5,9	+5,6	+5,3	2
3	+7,0	+7,0	+6,9	+6,7	+6,5	+6,2	+5,9	+5,5	+5,1	+4,6	3
4	+7,0	+7,0	+6,8	+6,6	+6,4	+6,0	+5,6	+5,2	+4,6	+4,1	4
5	+7,0	+7,0	+6,8	+6,6	+6,3	+5,9	+5,4	+4,9	+4,3	+3,6	5
6	+7,0	+7,0	+6,8	+6,6	+6,2	+5,8	+5,3	+4,7	+4,0	+3,2	6
7	+7,0	+6,9	+6,8	+6,5	+6,2	+5,7	+5,1	+4,5	+3,7	+2,9	7
8	+7,0	+6,9	+6,8	+6,5	+6,1	+5,6	+5,0	+4,3	+3,5	+2,6	8
9	+7,0	+6,9	+6,8	+6,5	+6,0	+5,5	+4,9	+4,1	+3,3	+2,4	9
10	+7,0	+6,9	+6,7	+6,4	+6,0	+5,4	+4,8	+4,0	+3,1	+2,2	10
15	+7,0	+6,9	+6,7	+6,3	+5,8	+5,2	+4,4	+3,6	+2,6	+1,5	15
20	+7,0	+6,9	+6,7	+6,3	+5,7	+5,1	+4,2	+3,3	+2,3	+1,1	20
30	+7,0	+6,9	+6,6	+6,2	+5,6	+4,9	+4,0	+3,0	+1,9	+0,7	30
40	+7,0	+6,9	+6,6	+6,2	+5,5	+4,8	+3,9	+2,8	+1,7	+0,5	40
50	+7,0	+6,9	+6,6	+6,1	+5,5	+4,7	+3,8	+2,7	+1,6	+0,4	50
60	+7,0	+6,9	+6,6	+6,1	+5,5	+4,6	+3,7	+2,6	+1,5	+0,3	60
70	+7,0	+6,9	+6,6	+6,1	+5,4	+4,6	+3,6	+2,5	+1,4	+0,2	70
80	+7,0	+6,9	+6,6	+6,1	+5,4	+4,5	+3,5	+2,4	+1,3	+0,1	80
90	+7,0	+6,9	+6,6	+6,1	+5,4	+4,5	+3,5	+2,4	+1,2	0,0	90
100	+7,0	+6,9	+6,6	+6,1	+5,4	+4,5	+3,5	+2,3	+1,2	0,1	100
110	+7,0	+6,9	+6,6	+6,0	+5,3	+4,4	+3,4	+2,2	+1,1	0,2	110
120	+7,0	+6,9	+6,5	+6,0	+5,2	+4,3	+3,3	+2,2	+1,0	0,3	120
130	+7,0	+6,9	+6,5	+6,0	+5,2	+4,3	+3,2	+2,1	+0,9	0,4	130
140	+7,0	+6,9	+6,5	+5,9	+5,1	+4,2	+3,1	+1,9	+0,7	0,5	140
150	+7,0	+6,9	+6,5	+5,8	+5,0	+4,0	+2,9	+1,7	+0,5	-0,7	150
160	+7,0	+6,8	+6,4	+5,6	+4,7	+3,6	+2,5	+1,2	0,0	1,1	160
165	+7,0	+6,8	+6,3	+5,4	+4,4	+3,2	+2,0	+0,8	0,4	−1,5	165
170	+7,0	+6,7	+5,9	+4,7	+3,6	+2,3	+1,1	0,0	1,1	−1,2	170
171	+7,0	+6,6	+5,6	+4,4	+3,2	+2,0	+0,8	−0,3	−1,4	−2,4	171
172	+7,0	+6,4	+5,2	+4,0	+2,8	+1,6	+0,4	−0,6	−1,6	2,6	172
173	+7,0	+5,8	+4,6	+3,4	+2,2	+1,1	0,0	−1,1	−2,0	−2,9	173
174	+5,0	+4,5	+3,5	+2,5	+1,5	+0,4	−0,5	−1,5	−2,4	3,2	174
175	+3,0	+2,7	+2,1	+1,3	+0,5	−0,4	−1,2	−2,1	−2,9	−3,6	175

p	O — Ω										p
	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	
176	+1° 0	+0° 9	+0° 5	0° 1	−0° 7	1° 4	2° 1	2° 8	3° 4	4° 1	176
177	1 0	−1,1	1 3	1 7	−2 1	2 6	[illegible] 1	[illegible] 6	4 1	4 6	177
178	[illegible] 0	3 0	−3 1	−[illegible]	3 6	−3 9	−4 2	−4 6	4 9	5 [illegible]	178
179	−5 0	−5 0	5 1	5 2	5 3	−5 4	5 6	5 7	5 9	6 1	179
180	7 0	7 0	7 0	7 0	−7 0	7 0	−7 0	−7 0	7 0	7,0	180
p	360°	350°	340°	330°	320°	310°	300°	290°	280°	270°	p
	O — Ω										

p	O — Ω										p
	90°	100°	110°	120°	130°	140°	150°	160°	170°	180°	
0°	+7° 0	+7° 0	+7° 0	+7° 0	+7° 0	+7° 0	+7° 0	+7° 0	+7° 0	+7°,0	0°
1	+6 1	+5 9	+5 7	+5 6	+5 4	+5	+5 2	+5 1	+5 0	+5 0	1
2	+5 3	+4 9	+4 6	+4 2	+3 9	+3 6	+3 3	+3 1	+3 0	+3 0	2
	+4 6	+4 1	+3 6	+3 1	+2 6	+2 1	+1 7	+1 3	+1,1	+1 0	3
4	+4 1	+3 4	+2 8	+2 1	+1 4	+0 7	+0 1	0 5	0 9	1,0	4
5	+ [illegible] 6	+2,9	+2,1	+1 2	+0 4	0 5	1 3	−2 1	2 7	3 0	5
6	+3 2	+2 4	+1 5	+0 5	0 4	1 5	2 5	−3 5	4 5	5 0	6
7	+2 9	+2 0	+1 1	0 0	1 1	2 2	−3 4	4 6	5,8	7 0	7
8	+2 6	+1 6	+0 6	0 4	1 6	2 8	4 0	5 2	6 4	7 0	8
9	+2 4	+1 4	+0 3	−0 8	2 0	3 2	4 4	5 6	6 6	7 0	9
10	+2,2	+1 1	0 0	1 1	2 3	3 6	4 7	5,9	6 7	7 0	10
15	+1 5	+0 4	0,8	2 0	−[illegible],2	4 4	5 4	6 2	6 8	−7 0	15
20	+1 1	0 0	1 3	2 5	3 6	4 7	5 7	6 4	6 8	7 0	20
[illegible]0	+0 7	0 5	1 7	2 9	4 0	5 0	5 8	6 5	−6 9	7 0	30
40	+0 5	0 7	1 9	−3 1	4 2	5 1	5 9	6 5	6 9	7 0	40
50	+0 4	−0 9	2 1	3 2	4 3	5 2	6 0	6 5	6 9	7 0	50
60	+0,3	1 0	2 2	−3 3	4 3	5 2	6 0	6,5	6 9	7 0	60
70	+0 2	1,1	2,3	−3 4	4 4	5 3	6 0	6 6	6 9	7 0	70
80	+0,1	−1 2	2 4	−3 5	4 5	5 4	6 1	6 6	6 9	7 0	80
90	0 0	1 2	2 4	3,5	4 5	−5 4	6 1	6 6	−6 9	7,0	90
100	0 1	1 3	−2 4	−3 6	4 6	5 4	6 1	6 6	6,9	7 0	100
110	0 2	−1 4	2 5	3 6	4 6	5,4	6 1	6 6	6 9	7 0	110
120	−0 3	1 5	2,6	3,7	4 6	−5 5	6 1	−6 6	6 9	7 0	120
130	−0,4	−1 6	2 7	3 8	4,7	5 5	6,1	6 6	−6 9	7 0	130
140	−0 5	−1 7	−2 8	−3 9	−4,8	−5 5	6,2	6 6	−6 9	−7,0	140
150	0 7	1 9	−3 0	4 0	−4 9	−5 6	−6 2	−6 6	6 9	−7,0	150
160	1,1	−2 3	−3 3	−4 2	−5 1	−5 7	−6 3	−6,7	6,9	−7,0	160
165	−1,5	−2,6	−3,6	−4,4	−5 2	−5,8	−6 3	−6,7	−6,9	−7,0	165

p	☉ − ☊										p
	90°	100°	110°	120°	130°	140°	150°	160°	170°	180°	
170	−2° 2	−3° 1	4° 0	−4° 8	5° 4	−6° 0	−6° 4	−6° 7	−6°,9	−7 0	170
171	−2 4	−3 3	−4 1	−4 9	−5 5	−6 0	−6 5	−6 8	−6 9	7 0	171
172	−2 6	−3 5	−4 3	− 5,0	−5,6	−6 1	−6 5	−6,8	−6 9	7 0	172
173	−2 9	− 3 7	−4 5	−5 1	−5 7	−6 2	−6 5	− 6 8	−6 9	−7 0	173
174	− 3 2	−4 0	−4 7	−5 3	5 8	−6 2	−6 6	6 8	7 0	−7 0	174
175	−3 6	−4 3	−4 9	−5 4	− 5 9	−6 3	−6 6	6 8	− 7,0	−7 0	175
176	−4 1	−4 6	−5 2	−5 6	−6 0	−6,4	−6 6	−6 8	7 0	7 0	176
177	4 6	−5 1	−5 5	−5 9	6 2	−6 5	−6 7	−6 9	−7 0	7 0	177
178	− 5 3	− 5 6	−5 9	−6 2	−6 4	−6 6	−6 8	− 6,9	−7 0	−7 0	178
179	−6 1	− 6 2	−6 4	−6 6	−6 7	−6 8	−6 9	6 9	7 0	7 0	179
180	−7 0	−7 0	−7 0	−7 0	−7 0	−7 0	−7 0	7 0	−7 0	−7 0	180
p	270°	260°	250°	240°	230°	220°	210°	200°	190°	180°	p
	☉ − ☊										

Die Rotationsgeschwindigkeiten, welche man aus den unmittelbar gemessenen Linienverschiebungen finden würde, können indessen, und zwar aus zwei Gründen, von den wirklichen verschieden sein nämlich erstens, wenn der Pol der Sonne sich nicht am scheinbaren Sonnenrande befindet, und dann in Folge der Bahnbewegung der Erde

Wenn nämlich, wie in Fig 4, (S 15) die Projection des Pols der Sonne sich nicht auf der Linie AB befindet, ist es klar, dass die Rotationsbewegung im Puncte O sich nicht gegen die Erde T richten kann, sondern senkrecht zu dem durch den Mittelpunct S der Sonne, durch den Pol der Sonne und durch den Punkt O gehenden Plane sein muss Man muss folglich den Winkel zwischen diesem Plane und dem Plane ASB bestimmen Dieser Winkel befindet sich in dem sphärischen Dreiecke OSM In diesem ist

$$SO = i \qquad O\Pi = \pi \qquad OS\Pi = \odot - \Omega$$

und wenn der gesuchte Winkel

$$\Pi OS = \eta ,$$

so ist

$$\operatorname{Sin} \eta = \frac{\operatorname{Sin} i \operatorname{Sin} (\odot - \Omega)}{\operatorname{Sin} \pi} \tag{9}$$

Man muss die gemessene Linienverschiebung mit der Secante des Winkels η multipliciren. Mit Hülfe der Formel (9) habe ich die folgende Tafel berechnet.

Tafel III. Werthe von η

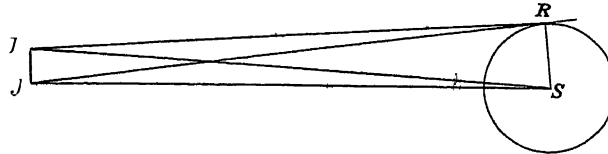
π	☉ — ☊ 0° 180°	10° 170°	20° 160°	30° 150°	40° 140°	50° 130°	60° 120°	70° 110°	80° 100°	90°	π
8°	0° 0	8° 7	17° 4	26° 0	34°,[illegible]	42° 1	49° 3	—	—	—	8°
9	0,0	7,8	15,5	22,9	30,1	36,6	42,4	—	—	—	9
10	0,0	7,0	13,9	20,5	26,8	32,5	37,4	—	—	—	10
11	0,0	6,4	12,6	18,6	24,2	29,3	33,6	—	—	—	11
12	0,0	5,8	11,6	17,0	22,1	26,7	30,5	33° 4	35° 3	35° 9	12
13	0,0	5,4	10,7	15,7	20,4	24,5	28,0	[illegible]0,6	32,2	32,8	13
14	0,0	5,0	9,9	14,6	18,9	22,8	25,9	28,3	29,7	30,2	14
15	0,0	4,7	9,3	1[illegible],6	17,6	21,1	24,1	26,3	27,6	28,1	15
16	0,0	4,4	8,8	12,7	16,5	19,5	22,5	24,5	25,8	26,3	16
20	0,0	3,5	7,0	10,3	13,2	15,8	18,0	19,6	20,5	20,9	20
25	0,0	2,9	5,7	8,[illegible]	10,7	12,8	14,5	15,7	16,5	16,8	25
30	0,0	2,4	4,8	7,0	9,0	10,8	12,2	13,2	13,9	14,1	30
35	0,0	2,1	4,2	6,1	7,8	9,4	10,6	11,5	12,1	12,3	35
40	0,0	1,9	3,7	5,4	7,0	8,4	9,5	10,3	10,8	10,9	40
45	0,0	1,7	3,4	5,0	6,4	7,6	8,7	9,4	9,8	10,0	45
50	0,0	1,6	3,1	[illegible],6	5,9	7,0	7,9	8,6	9,0	9,2	50
60	0,0	1,4	2,8	4,0	5,2	6,2	7,0	7,6	8,0	8,1	60
70	0,0	1,3	2,5	3,7	4,8	5,7	6,4	7,0	7,3	7,5	70
80	0,0	1,2	2,4	[illegible],6	4,6	5,4	6,2	6,7	7,0	7,1	80
90	0,0	1,2	2,4	3,5	4,5	5,4	6,1	6,6	6,9	7,0	90
π	180° 360°	190° 350°	200° 340°	210° 330°	220° 320°	230° 310°	240° 300°	250° 290°	260° 280°	270°	π
	☉ — ☊										

Die zweite an der gemessenen Linienverschiebung anzubringende Correction wird, wie oben gesagt, durch die Bahnbewegung der Erde verursacht. Bei der Untersuchung derselben nehme ich anfänglich an, dass die Rotationsgeschwindigkeit der Sonne Null sei, will aber doch, gleich von Anfang an, unter *Pol der Sonne*, *Achse der Sonne*, *Aequator der Sonne* und *Heliocentrische Breite* die Puncte, Linien, Winkel etc. verstehen, welche gewöhnlich bei der wirklich stattfindenden Rotation der Sonne so bezeichnet werden.

Wenn (Fig. 5) S der Mittelpunct der Sonne, JJ' der Bogen welchen die Erde in Folge ihrer Bahnbewegung in einer Zeitsekunde beschreibt, $JSJ' = l$, $JS = J'S = R$ ist, und man die Tangente $JR = t$

und die gerade Linie $J'R = x$ zieht, so hat man genähert, wenn $RJS = \varrho$, $RJ'S = \varrho$, $JRJ' = l$. Folglich ist $J'RS = 90^0 + l$. Aber $RSJ = 90^0 - \varrho$, folglich $RSJ' = 90^0 - \varrho - l$, und

Fig. 2

$$x^2 = r^2 + R^2 - 2rR \operatorname{Cos}(90^0 - \varrho - l)$$

$$x^2 = r^2 + R^2 - 2rR \operatorname{Sin}(\varrho + l)$$

Aus dem Dreiecke JRS wird erhalten

$$t^2 = r^2 + R^2 - 2rR \operatorname{Sin} \varrho$$

und durch Subtraction

$$t^2 - x^2 = 2rR\,[\operatorname{Sin}(\varrho + l) - \operatorname{Sin} \varrho]$$

oder

$$(t + x)(t - x) = 4rR \operatorname{Sin} \frac{1}{2} l \operatorname{Cos}\left(\varrho + \frac{1}{2} l\right)$$

Aber genähert ist

$$t + x = 2R\,, \quad \operatorname{Cos}\left(\varrho + \frac{1}{2} l\right) = \operatorname{Cos} \varrho$$

folglich

$$t - x = 2r \operatorname{Cos} \varrho \operatorname{Sin} \frac{1}{2} l$$

Und wenn man setzt

$$t - x = v_1\,, \qquad (10)$$

so hat man hinreichend genähert, da ϱ höchstens $16'$ ist

$$v_1 = rl \operatorname{Sin} 1''\,, \qquad (11)$$

wo v_1 die Geschwindigkeit ist, womit ein in der Ekliptik liegender Punct am Westrande der Sonne sich nähert und ein am Ostrande liegender Punct sich von der Erde entfernt, zufolge deren Bahnbewegung. Liegt der Punct nicht im Plane der Ekliptik, sondern bildet die Verbindungslinie zwischen ihm und dem Mittelpuncte der Sonne einen Winkel β

mit diesem Plane, so wird die Geschwindigkeit gefunden, wenn man statt r seine Projection auf der Ekliptik einführt. Man bekommt folglich statt (11)

$$v_1 = r\, l\, \mathrm{Cos}\, \beta \quad \mathrm{Sin}\, 1'' \tag{12}$$

Eigentlich sollte der Werth von v_1 auch mit dem Cosinus des Winkels, welcher die Verbindungslinie zwischen der Erde und dem Puncte auf der Sonne mit der Ekliptik bildet, multiplicirt werden. Weil aber dieser Winkel höchstens 16' ist und l die Bahngeschwindigkeit der Erde in einer Zeitsekunde, folglich höchstens

$$\frac{61' \; 10'}{24 \;\; 60 \;\; 60} = \frac{1''}{24}$$

ist, so wird, da r = 697150 Kilometer ist

$$v_1 = 0{,}15 \text{ km}$$

Wird dies mit Cos 16' multiplicirt, so wird es nur um einen, und wenn es ausserdem mit dem Maximalwerthe des in der Gleichung (11) ausgeschlossenen Factors $\mathrm{Cos}\, \varphi = \mathrm{Cos}\, 16'$, folglich insgesammt mit $\mathrm{Cos}^2\, 16'$ multiplicirt wird, um zwei Millimeter verkleinert, was ganz ohne Bedeutung ist.

Wir müssen nun Formeln entwickeln, um für eine gegebene Zeit den Winkel β für einen am Sonnenrande liegenden Punct, dessen heliocentrische Breite gleich φ ist, zu berechnen.

Es sei (Fig. 6) $V A T \Omega$ die Ekliptik, $\Omega B A$ der Sonnenaequator, Π der Pol der Sonne, P der Pol der Ekliptik, M der beobachtete Punct am Sonnenrande, $\odot$ der Ort der Sonne von der Erde aus gesehen und Ω der aufsteigende Knoten des Sonnenaequators auf der Ekliptik.

Fig. 6

Nun sind

$$M P \odot = \Omega P \Pi = 90^0 ,$$

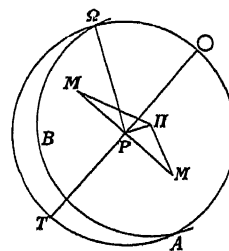
und es sei

$$\odot \Omega = \Omega - \odot ,$$

folglich

$$M P \Omega = 90^0 - \odot P \Omega = 90^0 + (\odot - \Omega)$$

und

$$M P \Pi = M P \Omega + \Omega P \Pi = 180^0 + (\odot - \Omega)$$

Wenn

$$PM = 90^0 - \beta = \mu \qquad M\Pi = \pi\,, \quad P\Pi = \iota\,, \quad PM\Pi = I\,,$$

so erhält man aus dem Dreiecke $MP\Pi$

$$\operatorname{Sin} I = -\frac{\operatorname{Sin} \iota}{\operatorname{Sin} \pi} \operatorname{Sin} (\odot - \Omega) \tag{13}$$

Da in diesem Dreiecke $\iota = 7^0$, $\pi > 10^0$ und $\pi + \iota < 180^0$ ist, so wird die Lösung der Gleichung (13) unzweideutig, indem I, je nachdem das Zeichen positiv oder negativ ist, im ersten, resp. im vierten Quadranten liegt.

In Folge der Analogien von Napier ist

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} c = \frac{\operatorname{Cos} \frac{1}{2} (A + B)}{\operatorname{Cos} \frac{1}{2} (A - B)} \operatorname{tang} \frac{1}{2} (a + b)$$

folglich

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} \mu = \frac{\operatorname{Sin} \frac{1}{2} (\odot + I - \Omega)}{\operatorname{Sin} \frac{1}{2} (\odot - I - \Omega)} \operatorname{tang} \frac{1}{2} (\pi + \iota) \tag{14}$$

Es ist aber noch ein Dreieck, welches der gegebenen Bedingung entspricht, nämlich $\Pi P M_1$.

In diesem ist $\Pi M_1 = \pi$, $\Pi P = \iota$, $\Pi P M_1 = 180^0 - MP\Pi = -(\odot - \Omega)$ und es sei

$$PM_1 = \nu$$

Dann gilt auch in diesem Falle die Gleichung (13). Dagegen erhält man statt der Gleichung (14)

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} \nu = \frac{\operatorname{Cos} \frac{1}{2} [\odot - \Omega - I]}{\operatorname{Cos} \frac{1}{2} [\odot - \Omega + I]} \operatorname{tang} \frac{1}{2} (\pi + \iota) \tag{15}$$

Bei wirklichen Beobachtungen wird man aus practischen Gründen immer den Punct M_1 wählen, und hat folglich nach den Gleichungen (13) und (15) zu rechnen. Man findet dann

$$\beta = 90^0 - \nu \tag{16}$$

Mit Hülfe der Gleichungen (13), (15) und (16) ist die Tafel IV berechnet, welche mit den Argumenten π (heliocentrische Polardistanz) und $\odot - \Omega$ den Winkel β giebt.

Dann sind aus der Gleichung (12) die Werthe von v_1 für verschiedene Werthe von β und von

$$l \sin 1' = \frac{d\odot}{60 \cdot 60 \cdot 24} \qquad (17)$$

berechnet und in der Tafel V mit den Argumenten β und $d\odot$ (tägliche Veränderung der Sonnenlänge) gegeben. v_1 ist immer positiv.

Tafel IV. Werthe von β.

π	$\odot - \Omega$									π
	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	
90°	−7°,0	6°,9	6°,6	−6°,1	5°,4	4°,5	3°,5	2°,4	1°,2	90°
85	2,0	−1,9	−1,6	1,1	−0,4	+0,5	+1,5	+2,6	+3,8	85
80	+3,0	+3,1	+3,4	+3,9	+4,7	+5,5	+6,5	+7,7	+8,9	80
75	+8,0	+8,1	+8,4	+9,0	+9,7	+10,6	+11,6	+12,7	+13,9	75
70	+13,0	+13,1	+13,4	+14,0	+14,7	+15,6	+16,6	+17,7	+18,9	70
65	+18,0	18,1	+18,4	+19,0	+19,7	+20,6	+21,6	+22,8	+24,0	65
60	+23,0	+23,1	+23,5	+24,0	+24,7	+25,6	+26,6	+27,8	+29,0	60
55	+28,0	+28,1	+28,5	+29,0	+29,7	+30,6	+31,7	+32,8	+34,0	55
50	+33,0	+33,1	+33,5	+34,0	+34,8	+35,7	+36,7	+37,9	+39,1	50
45	+38,0	+38,1	+38,5	+39,0	+39,8	+40,7	+41,8	+43,0	+44,2	45
40	+43,0	+43,1	+43,5	+44,1	+44,8	+45,8	+46,9	+48,1	+49,3	40
35	+48,0	+48,1	+48,5	+49,1	+49,9	+50,9	+52,0	+53,2	+54,4	35
30	+53,0	+53,1	+53,5	+54,1	+54,9	+55,9	+57,1	+58,3	+59,5	30
25	+58,0	+58,1	+58,5	+59,2	+59,9	+61,0	+62,2	+63,4	+64,7	25
20	+63,0	+63,1	+63,6	+64,2	+65,1	+66,2	+67,4	+68,7	70,0	20
15	+68,0	+68,2	+68,6	+69,3	+70,3	+71,5	+72,7	+74,1	+75,4	15
10	+73,0	+73,2	+73,7	+74,6	+75,7	+77,0	+78,5	+80,0	+81,5	10
π	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	π
	$\odot - \Omega$									

Tafel V. Werthe von v_1

β	$d\odot$						β
	57° 10'	57° 30'	58° 50'	59° 10'	59° 30'	60° 0'	
0°	0^{hu} 134	0^{hu} 136	0^{h} 137	0^{hu} 139	0^{hu} 140	0^{hu} 142	0°
10	0 132	0 134	0 135	0 137	0 138	0 140	10
20	0 126	0 128	0 129	0 131	0 132	0 134	20
30	0 116	0 118	0 119	0 120	0 122	0 123	30
40	0 103	0 104	0 105	0 106	0 108	0 109	40
45	0 095	0 096	0 097	0 098	0 099	0 101	45
50	0 086	0 087	0 088	0 089	0 090	0 091	50
55	0 077	0 078	0 079	0 079	0 081	0 082	55
60	0 067	0 068	0 069	0 069	0 070	0 071	60
65	0 057	0 057	0 058	0 059	0 059	0 060	65
70	0 046	0 046	0 047	0 047	0 048	0 049	70
71	0 044	0 044	0 045	0 045	0 046	0 046	71
72	0 041	0 042	0 042	0 043	0 043	0 044	72
73	0 039	0 040	0 040	0 041	0 041	0 042	73
74	0 037	0 037	0 038	0 038	0 039	0 039	74
75	0 035	0 035	0 036	0 036	0 036	0 037	75
76	0 032	0 033	0 033	0 034	0 034	0 034	76
77	0 030	0 030	0 031	0 031	0 032	0 032	77
78	0 028	0 028	0 029	0 029	0 029	0 030	78
79	0 026	0 026	0 026	0 027	0 027	0 027	79
80	0 023	0 024	0 024	0 024	0 024	0 025	80
β	57° 10'	57° 30'	58° 50'	59° 10'	59° 30'	60° 0'	β
	$d\odot$						

Ebenso wie die Beobachtungen zur Bestimmung der Rotationszeit der Sonne in den Jahren 1887—1889, sind die Beobachtungen in 1899—1901 streng differentiell, indem nur die Entfernung zweier Spectrallinien, nämlich[1]

6301,718 *Fe*
6302,209 *A(O)*

gemessen wurde. Ich habe dieses Linienpaar dem in Lund gemessenen[1]

6302,709 *Fe*
6302,975 *A(O)*

[1] H. A. Rowland, *A Preliminary Table of Solar Spectrum Wave Lengths.*

vorgezogen, weil es mir weit weniger leicht erschien, mich der Entfernung jener Linien in Theilen eines Umganges der Mikrometerschraube zu erinnern wodurch grössere Unbefangenheit bei den Messungen zu erreichen war Ausserdem habe ich für die Bestimmung des sogenannten Reductionsfactors die Entfernung von zwei und zwei der folgenden Linien gemessen

6252,773
6278,303
6301,718 (in 1901)
6302,709 (in 1899 und 1900)
6322,907
6337 048

Eine Correction, welche bei den Messungen der Linienverschiebungen zu Lund noch angebracht werden musste, nämlich der Factor *Sec* ψ[1], fiel bei meinen Beobachtungen zu Upsala ganz weg Diese Correction war aus dem Grunde anzubringen, weil während der Beobachtungen zu Lund der Punct, an welchem die Linienverschiebung gemessen werden musste, mehr oder weniger weit innerhalb der Sonnenscheibe fiel, da das feine Fadenkreuz, das auf die Spectrallinien eingestellt wurde, am Rande selbst nicht gut sichtbar war Bei den Messungen zu Upsala bestand, wie oben erwähnt, die Marke in einer Nadel, welche sich ausserhalb des Spektralbandes befand Nur die feine Spitze berührte von aussen dieses Band, ohne in dasselbe hineinzuragen Der Punct, an welchem bei dieser Anordnung die Verschiebung gemessen wurde, lag also genau am Sonnenrande, und die Correction *Sec* ψ war folglich nicht anzubringen

Bei den Messungen zur Bestimmung des Reductionsfactors wurde ganz im Gegentheil der Spalt so genau wie möglich auf die Mitte der Sonnenscheibe eingestellt, gerade weil dort und in der Nähe dieses Punctes die Spektrallinien durch die Rotation der Sonne nicht verschoben werden und deshalb eine geringe Änderung in der Lage des Spaltes ohne Einfluss auf die Entfernung zweier Spektrallinien wäre, selbst wenn die eine von diesen Linien, wie dies thatsächlich der Fall war, eine durch Absorption durch den Sauerstoff in der Erdatmosphäre hervorgebrachte, die andere dagegen eine in den Hüllen der Sonne entstandene war Bei dem vorzüglichen Gange des REPSOLDschen Mo-

[1] *Sur la Rotation du Soleil* S 50

tors am Refractor war übrigens eine solche Veränderung durchaus nicht zu befürchten.

Aus allen solchen Messungen in einem Sommer, wenn nämlich während dieser Zeit das Spektroskop unverändert am Refractor geblieben war, wurde nun der Reductionsfactor in folgender Weise berechnet.

Der Reductionsfactor ist die Zahl, womit die am Spektroskope gemessene Entfernung zweier Spektrallinien multiplicirt werden muss, um die Differenz ihrer Wellenlängen zu erhalten. Wenn folglich die Wellenlängen der zwei Spektrallinien λ, resp. λ' sind und D ihre am Mikrometer des Spektroskops gemessene Entfernung, so ist

$$R = \frac{\lambda' - \lambda}{D} \tag{18}$$

Dieser Factor ist nicht für alle Theile des Spektrums constant, sondern variirt mit der Wellenlänge. Man hat für ein Spektroskop von der Construction wie das hiesige, wenn m die Ordnung des Spektrums, e die Entfernung zweier consecutiver Striche des Gitters, α und α' die Deviationen zweier Spektrallinien mit den Wellenlängen λ und λ' sind

$$2 \operatorname{Sin} \alpha = \frac{m\lambda}{e}, \quad 2 \operatorname{Sin} \alpha' = \frac{m\lambda'}{e},$$

folglich durch Subtraction

$$4 \operatorname{Sin} \tfrac{1}{2} (\alpha' - \alpha) \operatorname{Cos} \tfrac{1}{2} (\alpha' + \alpha) = \frac{m}{e} (\lambda' - \lambda)$$

Bei den Messungen, um die es sich hier handelt, ist aber $\alpha' - \alpha$ ein kleiner Winkel. Folglich

$$2 (\alpha' - \alpha) \operatorname{Cos} \tfrac{1}{2} (\alpha' + \alpha) = \frac{m}{e} (\lambda' - \lambda),$$

und da $\alpha' - \alpha = D$, nach (18)

$$R = \frac{\lambda' - \lambda}{\alpha' - \alpha} = \frac{2e \operatorname{Cos} \tfrac{1}{2} (\alpha' + \alpha)}{m}$$

In derselben Weise erhält man für eine mittlere Wellenlänge λ_0

$$R_0 = \frac{2e \operatorname{Cos} \alpha_0}{m}$$

oder

$$\frac{R_0}{R} = \frac{\text{Cos } \alpha_0}{\text{Cos } \frac{1}{2} (\alpha + \alpha)},$$

oder

$$R_0 = R \text{ Cos } \alpha_0 \text{ Sec } \frac{1}{2} (\alpha' + \alpha) \tag{19}$$

Die Winkel α_0 und $\frac{1}{2} (\alpha' + \alpha)$ konnen aus den folgenden Gleichungen berechnet werden

$$\left.\begin{aligned} 2 \text{ Sin } \alpha_0 &= \frac{m \lambda_0}{e} \\ 2 \text{ Sin } \frac{1}{2} (\alpha' + \alpha) &= \frac{m (\lambda + \lambda)}{2e} \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

hierbei ist in der zweiten Gleichung $\text{Cos } \frac{1}{2} (\alpha - \alpha) = 1$ gesetzt

Es sei nunmehr R der Factor, womit man von λ_0 auf λ reduciren kann, so muss statt λ' und α' λ_0 und α_0 geschrieben werden Man hat dann

$$\left.\begin{aligned} \text{Sin } \alpha_0 &= \frac{m}{2e} \lambda_0 \\ \text{Sin } \frac{1}{2} (\alpha + \alpha_0) &= \frac{m}{2e} \frac{1}{2} (\lambda + \lambda_0) \\ R &= R_0 \text{ Sec } \alpha_0 \text{ Cos } \frac{1}{2} (\alpha + \alpha_0) \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

und

$$\left.\begin{aligned} \lambda &= \lambda_0 + DR \\ \lambda - \lambda_0 &= DR_0 \text{ Sec } \alpha_0 \text{ Cos } \frac{1}{2} (\alpha + \alpha_0) \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

Ich gehe nun zu den aus den Beobachtungen gefundenen Resultaten über und werde jedes Jahr für sich behandeln.

In 1898 wurden die folgenden Messungen gemacht:

1898 *Tag*	*6252,773* *−6278,303*	*6278,303* *−6302,709*	*6322,907* *6302,709*	*6337,048* *−6322,907*
Aug. 13	−37,862	−36,299	+30,088	
» 14	822	231	120	+21,168
Mittel	−37,842	−36,265	+30,104	+21,168

Die Messungen in 1899 ergaben:

1899 *Tag*	*6252,773* *−6278,303*	*6278,303* *−6302,709*	*6322,907* *−6302,709*	*6337,048* *6322,907*
Juni 28	−37,985	−36,473	+30,306	+21,247
Juli 4	955	410	242	237
5	949	390	272	241
» 6	937	409	212	258
» 10	927	454	241	203
» 11	949	395	231	231
» 13	948	368	258	256
14	982	417	278	276
» 15	969	443	292	276
16	1010	472	256	266
» 17	959	408	234	239
» 18			239	
» »			221	
» »	994	425	273	261
21	912	365	217	246
» 22	932	385	214	248
» 24	907	365	173	225
» 25	948	398	203	242
» 26	969	389	210	252
» 27	869	373	179	225
» 31	951	412	244	267
Aug. 2	882	405	221	230
» 4	960	380	200	266
» 5	922	443	233	237
» 6	977	385	218	267
» 9	941	418	224	259
» 14	928	400	223	264
» 15	942	398	214	244
» 16	925	405	186	239
Mittel	−37,946	36,408	+30,232	+21,248

In 1900 wurde gefunden

1900	*6252,775*	*6278,505*	*6301,718*	*6322,907*	*6357,048*
Tag	*6278,505*	*6302,709*	*6302,709*	*6302,709*	*6322,907*
April 20	38 041	36 537	1 487	+30 328	+21 289
22	039	531		295	264
26			509		
26	048	541	512	320	277
30	027	509	499	327	272
Mai 2	031	493	483		
3	040	492	507	322	280
4	004	477		298	273
5	009	489		294	278
6	015	492		319	276
7	002	495		307	290
8	008	492		325	267
Juni 21	37 980	496		304	269
22	38,029	532		305	291
26	015	487		310	254
28	37,997	466		282	245
Juli 3	38 033	536		294	286
12	026	482		303	253
» 14	37 963	514		317	260
Mittel	−38,017	36 503	1,499	+30,309	+21 272

Und in 1901

1901	*6252,775*	*6278,505*	*6322 970*	*6357 048*
Tag	*6278 305*	*6301,718*	*6301,718*	*6322,907*
Juli 3	38 047	35 029	+31 831	+21 318
Juli 6	37 916	34 873	+31 715	+21 207
» 7	885	885	697	214
» 10	909	890	673	182
» 11	892	885	694	219
» 12	947	870	680	210
» 13	896	879	682	222
15	898	884	672	217
20	888	850	680	210
» 21	887	884	690	218
22	914	872	704	218
» 23	909	872	705	210
25	912	875	704	238
» 26	913	875	696	235
Mittel	37 905	34 877	+31 692	+21 215

In diesem Jahre war es nöthig, die Beobachtung am Juli 3 für sich zu behandeln, da zwischen diesem Tage und dem folgenden das Spektroskop abgenommen und Änderungen an demselben gemacht wurden. Für dieses Jahr hat man folglich zwei verschiedene Reductionsfactoren, davon den ersten nur für Juli 3, den zweiten für alle die anderen Tage. Nachdem die für die Linie 6302,709 geltenden Reductionsfactoren auf die Linie 6301,718 reducirt worden waren, erhielt ich die folgenden Werthe.

Jahr	*log R*
1898	1,203352
1899	1,202009
1900	1,201129
1901_{I}	1,200698
1901_{II}	1,202555

Aus diesen Reductionsfactoren und den in 1899 und 1900 direct gemessenen Entfernungen der Linien wurden nun die folgenden Werthe der Wellenlänge der Linie 6302,709 gefunden. Hier giebt die erste Columne die Linie an, aus deren von ROWLAND angegebene Wellenlänge die gesuchte Wellenlänge bestimmt wurde.

λ	*1899*	*1900*	*Mittel*
6252,773	6302,712	6302,717	6302,715
6301,718		719	719
6322,907	720	715	717
6337,048	714	715	715
Mittel	6302,715	6302,716	6302,716

In derselben Weise wird für die Linie 6301,718 gefunden.

λ	*1901*
6252,773	6301,719
6322,907	718
6337,048	718
Mittel	6301,718

Die Messungen an der terrestrischen Linie 6278,303 sind hierbei ausgeschlossen worden, da die Wellenlänge dieser Linie nicht wie die der anderen Linien durch die Bahnbewegung der Erde beeinflusst wird. Die aus den Messungen der Entfernungen zwischen dieser Linie und den Linien 6301,718 und 6302,709 hergeleiteten Wellenlängen dieser zwei Linien mussten daher unrichtig werden. Die aus den anderen

Linien gefundenen Wellenlängen stimmen, wie man sieht, ausserordentlich gut unter sich überein. Von den ROWLANDschen Wellenlängen weichen sie um 0,000, resp. + 0,007 ÅNGSTRÖMsche Einheiten ab. Im Mittel aus meinen Messungen in 1887, 1888 und 1889 habe ich gefunden 6301,721 und 6302,717. Die Abweichung der obigen von mir gefundenen Wellenlängen von diesen beträgt resp. — 0,003 und — 0,001 ÅNGSTRÖMsche Einheiten. Wie man sieht, ist bei diesen Berechnungen keine Rücksicht auf die zwei Messungen in 1898 und auf die vereinzelte Messung am 3. Juli 1901 genommen. Die Mittelzahl aus den Messungen an 6 Tagen in 1900 an der Linie 6301,718 ist mit nur halbem Gewicht gegen die anderen auf beträchtlich zahlreicheren Messungen an den anderen Linien beruhenden Mittelzahlen angenommen.

Ich gehe hiermit zu den Beobachtungen zur Bestimmung der Differenz der Verschiebungen der Eisenlinie 6301,718 an entgegengesetzten Puncten des Sonnenrandes und deren Berechnung über. Ich will hier, um das Verfahren klarer zu machen, die vollständigen Beobachtungen am 10. Juli 1901, bei der heliocentrischen Breite ± 45° und deren Berechnung citiren.

I. Beobachtungen

Nachdem das Spektroskop auf den für diese Breite passenden Positionswinkel = 350° eingestellt worden war, wurde das Sonnenspektrum eingestellt, und das Fernrohr in Declination verschoben, bis die eine Nadelspitze bei der Drehung des Instruments um die Stundenachse mit der Nordseite des Sonnenspektrums eben in Berührung kam, ohne irgendwo in dasselbe hineinzuragen. Der Kreis zeigte 22° 10′, das Mikroskop + 0′,58, was einer Ablesung von 22° 11′ 57″ entspricht. Eine schon im voraus berechnete Ephemeride zeigte, dass der Punct am Ostrande der Sonne an 45° heliocentrischer Breite um 4′ 56″ südlicher, d. h. bei der Kreisablesung 22° 7′ 1″ = 22° 0′ + 2′,085 am Mikroskop lag. Das Mikroskop wurde folglich auf 2′,085 eingestellt, und das Fernrohr mit Hülfe der Declinationsfeinschraube verschoben, bis der Theilstrich 22° 0′ in der Mitte der beiden Fäden des Mikroskops stand. Das Instrument wurde nun mit Hülfe der anderen Feinschraube um die Stundenachse gedreht, bis dieselbe Nadelspitze das am Ostrande der Sonne erzeugte Spektrum gerade berührte. Ebenso wie bei der Einstellung am Spektrum des Nordrandes befand sich jetzt die ganze Nadel ausserhalb des Sonnenspektrums, konnte aber gegen das Luft-

spektrum sehr gut gesehen werden. Während das Fernrohr mittels des Uhrwerks und, wenn erforderlich, mit Nachhülfe der Stundenwinkelfeinschraube so geführt wurde, dass die Nadelspitze fortwährend das Sonnenspektrum berührte, wurden mit Hülfe der Mikrometerschraube des Spektroskops Einstellungen der Nadelspitze alternativ auf die eine und andere der Linien 6301,718 und 6302,209 bei alternativ vorwärts und rückwärts gehender Drehung der Schraube gemacht, bis in diesem Falle vier, in anderen noch mehr, Einstellungen an jeder Linie gemacht waren.

Dann wurde das Mikroskop wieder abgelesen. Es zeigte + 2^r,066. Darauf wurde das Fernrohr wieder so eingestellt, dass die Nadelspitze den nördlichsten Punct des Spektrums berührte. Die Ablesung war dann 22° 10′ + 0^r,54.

Es wurde nun das Fernrohr so eingestellt, dass die andere Nadelspitze den unteren Rand des von dem südlichsten Puncte der Sonne erzeugten Spektrums berührte. Die Ablesung war 21° 40′ + 0^r,17 = 21° 40′ 34″. Die Einstellung auf − 45° heliocentrische Breite war folglich 21° 45′ 30″ = 21° 40′ + 1^r,63. Nach Einstellung auf jene Breite am Westrande der Sonne wurde wieder die Entfernung der zwei Spektrallinien vier Mal gemessen. Die nachher erfolgte Ablesung des Mikroskops ergab jetzt + 1^r,64, und nach neuer Einstellung auf den Rand des Sonnenspectrums wurde 21° 40′ + 0^r,09 abgelesen. Diese Beobachtungen wurden zwischen $2^h\,0^m$ und $2^h\,33^m$ Sternzeit gemacht. Das Thermometer variirte von + 24°,8 bis 25°,4.

II. Berechnungen

Nordrand der ⊙, Mittel = 22° 11′ 53″
Einstellung am Ostrande = 22° 6′ 57″
Differenz = 4′ 56″

Südrand der ⊙, Mittel = 21° 40′ 26″
Einstellung am Westrande = 21° 45′ 29″
Differenz = 5′ 3″

Ostrand

	6301,718	*6302,209*
	18^r,498	19^r,290
	530	316
	504	264
	506	264
Mittel	18^r,510	19,284
Red.	+ 0,051	+ 0,051
	18^r,561	19,335

Westrand

	6301,718	*6302,209*
	18^r,630	19^r,346
	634	354
	626	316
	636	323
Mittel W	18^r,632	19,335
Mittel O	18,561	

$\Delta_0 - \Delta_v = + 0^r,071$

$\Delta_0 - \Delta$ ist also die Linienverschiebung Ost—West. $\Delta\delta = 5{,}0''$ ist die Mittelzahl der Declinationsdifferenzen zwischen dem nordlichsten resp. sudlichsten Puncte der Sonnenscheibe und den Puncten am ostlichen, resp. westlichen Rande, wo die Linienverschiebungen gemessen wurden.

Dem Berliner Jahrbuche wurde nun entnommen: Declination der Sonne $\delta = 22^\circ 20'$, folglich (Tafel I) $p - P = -7^\circ{,}3$. Lange der Sonne $\odot = 107^\circ{,}2$. Tagliche Variation $d\odot = 57'11''$. Halbmesser der Sonne $r = 15'44''$.

Es sind ausserdem $\Omega = 75^\circ{,}1$, folglich $\odot - \Omega = 32^\circ{,}1$.

Der Positionswinkel des am Ostrande beobachteten Puncts P wird nun aus $\text{Cos}\, P = \frac{r - \Delta\delta}{r} = \frac{10'44''}{15'44''} = \frac{644}{944}$ berechnet.

$$\begin{aligned}
\log (r - \Delta\delta) &= 2{,}80889 \\
\log r &= 2{,}97493 \\
\log \text{Cos}\, P &= 9{,}83396 \\
P &= 47^\circ{,}0 \\
p - P &= -7{,}3 \\
p &= 39^\circ{,}7 \\
\pi - p \text{ (Taf. II)} &= 6{,}1 \\
\pi &= 45^\circ{,}8 \\
\eta \text{ (Taf. III)} &= 5^\circ{,}2 \\
\beta \text{ (Taf. IV)} &= 38^\circ{,}4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta_0 - \Delta &= +0',071 \\
\log (\Delta_0 - \Delta) &= 8{,}8513 \\
\log \text{Sec}\, \eta &= 0{,}0018 \\
\log \text{Reductionsfactor} &= 1{,}2026 \\
\log v &= 0{,}0557 \\
v &= +1{,}14 \text{ Kilom.} \\
v_1 \text{ (Taf. V)} &= +0{,}10 \text{ »} \\
v + v_1 &= +1{,}24 \text{ Kilom.}
\end{aligned}$$

Hier ist v die synodische Linienverschiebung, $v + v_1$ die siderische.

In der hier angegebenen Weise wurden alle die Beobachtungen aus den Jahren 1898—1901 reducirt, so dass fur jede solche der Winkel π, d. h. die heliocentrische Polardistanz des Puncts, an welchem die Linienverschiebung gemessen wurde, und die siderische Linienverschiebung $v + v_1$ gefunden wurden. Ausserdem wurden fur alle Beobachtungen aus den Jahren 1887, 1888 und 1889 die v_1 berechnet und zu den Seite 64 bis 72 incl. in *Sur la Rotation du Soleil* gegebenen v hinzugefugt. Bei der Ausarbeitung dieser Abhandlung hatte ich namlich keine Rucksicht auf den Einfluss der Bahnbewegung der Erde genommen.

Die Resultate meiner sammtlichen Beobachtungen sind in den folgenden Tabellen enthalten.

$\pi = 90^0$

1887	$v + v_1$	π	1888	$v + v_1$	π
Juni 3	2 38	89° 1	Mai 22	2 02	89° 5
3	1 97	89 7	22	2 11	90 0
4	1,92	88 5	» 23	1 90	89 6
» 11	2 29	89 8	» 23	1 79	89 9
» 18	2,29	90,0	24	1 92	90 0
» 19	2 18	89 9	29	2 07	89 4
» 23	2 06	89 4	Juni 6	1,88	89 9
» 24	2,13	89 4	6	1 86	89 9
» 25	2 43	89 6	» 12	1 99	90 0
» 29	2 21	89 9	» 13	2 01	89 9
30	2 04	88 8	» 13	1 81	89 2
Juli 1	1 92	88 5	20	2 01	89 3
» 2	2 06	89,5	21	1 82	89 7
» 3	1 80	89,6	» 21	2 08	89 6
» 8	2 01	89 0	» 22	2 49	89 4
» 12	1 91	86 3	» 24	1 88	89 2
» 13	2,04	89 6	» 24	2 01	89 9
» 14	2 02	89 3	» 25	1 92	89 8
» 22	1 94	89 5	» 26	1 85	89 9
» 23	1 81	89 8	» 27	1 72	89 4
» 23	2 06	89,7	Juli 16	2 37	89 9
» 26	2 10	90,0	» 20	2,36	89,2
» 26	2 40	90 0	» 20	2,2[illegible]	90 0
» 27	2,31	89 9	» 21	1,97	89 8
» 28	2 11	89 8	» 25	2 04	90 0
» 30	2,16	89 6	» 27	2 14	89 1
» 30	2,21	89 9	» 28	2 11	89 7
» 31	1,94	89 0	Aug 1	1 87	89 9
Aug 4	2,20	89 8	» 2	2 00	90 0
5	2,39	89 7	» 3	2 00	89 9
» 5	2,06	90 0	» 3	1,98	89 7
» 6	1 97	88 2	» 4	2,10	89 4
» 6	2,29	89 6	» 7	2,25	89 7
			» 7	2,20	89 8
1888			9	1,96	89 2
Mai 5	2 28	89 4	» 11	1 95	89,8
10	1,68	90 0	» 12	1 67	90 0
» 12	2 25	89 9	» 12	1,80	89 9
» 16	1 98	89 8	» 13	2 08	90 0
» 19	2,39	89 6	» 20	2 15	90 0
» 19	2 19	89 9	» 20	2,28	89 7
» 20	2,10	89 9	» 21	2 00	89,9

1889	$i + i_1$	τ
Mai 23	2,17	89°,6
» 24	2,03	89,5
24	2,30	90,0
» 25	2,17	89,9
» 28	2,22	89,2
Juni 2	1,96	88,5
» 2	2,18	90,0
» 3	2,11	89,6
3	1,55	89,8
» 4	2,14	89,9
5	2,28	90,0
» 6	2,26	89,4
7	2,27	89,7
7	2,38	89,8
8	1,96	89,5
» 11	2,34	89,7
13	2,18	89,8
» 14	2,23	89,7
14	2,22	89,8
15	2,01	89,7
» 15	2,42	89,9
16	2,42	89,7
» 17	2,50	87,5
18	2,47	89,5
1898		
Aug 15	2,20	89,9
15	1,54	89,9
1899		
Juli 3	2,28	87,3
5	2,19	87,7
6	1,96	90,0
10	2,33	89,1
» 11	1,77	90,0
» 12	1,92	89,6
13	1,61	88,7
» 14	1,55	90,0
» 15	1,98	89,7
16	1,55	89,7
17	1,73	89,6
» 18	1,89	89,4
» 19	2,06	89,5
» 20	1,30	89,5

1899	$v + i_1$	π
Juli 21	2,00	89°,6
» 22	1,76	89,2
24	1,84	89,3
25	1,86	90,0
» 26	2,02	88,9
» 27	1,75	89,4
» 28	2,26	89,9
» 30	2,03	89,2
» 31	2,29	89,7
Aug 1	2,13	89,9
2	1,97	89,8
4	2,11	89,0
5	1,84	89,5
» 6	2,13	89,4
8	2,26	89,6
9	1,99	89,7
» 14	2,19	89,6
» 15	1,94	89,6
» 16	2,03	87,9
1900		
April 20	1,89	89,9
» 22	1,78	89,7
» 26	2,44	89,9
» 27	2,31	89,8
» 30	2,21	89,9
Mai 1	1,99	90,0
» 3	2,23	89,7
» 4	1,86	89,7
» 5	2,08	89,7
» 6	2,21	89,8
» 7	2,34	89,6
8	1,96	89,9
Juni 4	3,01	89,4
» 21	2,80	89,9
» 22	1,64	89,3
» 26	2,52	89,7
» 28	2,36	89,7
Juli 2	1,45	89,8
» 5	2,42	89,8
12	2,44	89,7
» 13	1,71	90,0
» 14	1,44	89,7

1901	$v + v_1$	π
Juni 24	1 32	89° 7
Juli 3	1 51	89 8
» 5	1 18	89 9
» 6	2 40	89 7
» 7	2,41	90,0
» 10	2 43	90,0
11	2 27	89,9
» 12	2,42	90 0
» 13	1 92	89 6
» 14	2,32	89,5

1901	$v + v_1$	π
Juli 15	2 26	89° 8
» 19	2 31	89 9
» 20	2 24	89 8
» 21	2 51	89 9
» 22	2 13	89 8
» 23	2,27	89 5
24	2 10	88 4
» 25	1 91	90 0
» 26	2 05	89 7

$\pi = 75^0$

1887	$v + v_1$	π
Juni 3	2 33	74° 1
» 3	2 29	75 5
» 3	2 04	75 6
» 4	1 55	75 9
» 4	2 23	75 9
» 15	2 10	80 6
» 16	2 10	81 0
» 17	1 99	77,7
» 18	2 18	75 1
» 18	1 63	69 4
19	2,32	74 9
» 24	1 33	72 1
» 25	2 10	74,7
» 25	1 78	74,2
» 29	2 12	74,4
» 30	1,87	74 5
Juli 1	2,00	73,8
» 2	2 03	74 5
» 3	1 94	74 4
» 12	2 08	73,4
» 13	1 94	73 2
» 14	2 33	74 8
» 22	2 06	74 0
» 23	1 87	75,6
» 25	1 67	75 1
» 26	1 95	74 5
» 27	2 00	75 2
» 28	1,97	74 6
» 30	1,62	75,1

1887	$v + v_1$	π
Juli 30	2 00	75° 1
» 31	1 95	75 0
Aug 4	2 02	75 0
5	1 73	75 3
» 5	2,06	75 1
» 6	2 00	74,9
» 6	2,02	74 7
1888		
Mai 5	2 12	74 3
10	1,65	74 9
» 12	2 03	74,5
» 16	2 10	75 1
» 19	2,23	74,7
» 19	1 93	75 1
» 20	2 00	74 8
» 20	1 67	75 3
22	1 78	74 2
» 22	1 66	74 8
» 23	1,88	74 8
» 24	2 10	74,7
» 29	2 15	74 9
Juni 6	1 82	75 1
» 6	1 73	75 8
» 12	2 27	74,9
» 13	1,79	75,1
» 13	1 62	75 1
» 20	1,85	75 3
» 21	1,93	75,2

1888	$\iota + \iota_1$	π
Juni 21	1,93	75°,0
» 22	1,94	75,6
22	1,41	74,3
» 24	1,95	75,0
» 24	1,89	75,1
» 25	1,69	75,1
» 26	1,75	74,6
» 27	1,50	75,1
Juli 16	2,10	74,8
» 20	1,85	75,3
» 20	1,64	74,9
» 21	2,23	75,1
27	2,06	74,7
Aug 1	1,83	74,9
» 3	2,26	73,5
» 3	1,70	74,4
4	2,16	75,0
» 7	1,77	74,9
7	1,79	74,9
11	1,95	74,9
12	2,11	75,0
21	2,12	75,2
1889		
Mai 23	2,05	74,8
24	2,11	74,7
24	2,07	74,9
» 25	1,87	75,1
» 28	1,99	74,7
Juni 2	1,70	74,7
2	1,86	75,0
3	2,16	74,6
4	2,00	74,9
4	1,99	75,1
» 5	2,18	75,2
» 6	2,04	75,7
7	1,89	74,8
» 7	2,14	75,0
» 8	1,97	74,6
» 11	1,89	75,0
» 13	2,02	75,5
14	1,99	74,7
» 14	2,10	75,0
» 15	2,07	75,2

1889	$\iota + \iota_1$	π
Juni 15	2,21	75°,0
» 16	2,04	75,0
» 17	2,24	74,7
» 18	2,40	74,9
1898		
Aug 15	1,71	75,0
15	1,42	75,0
1899		
Juni 28	2,06	75,0
Juli 5	1,76	75,2
6	2,39	75,4
10	1,97	73,6
11	2,17	75,0
» 12	1,01	75,4
13	1,77	75,2
» 14	1,46	74,9
» 15	2,09	74,1
» 16	1,84	74,9
17	1,87	75,1
» 18	1,70	74,9
» 19	2,06	74,7
20	1,34	75,0
21	1,76	75,2
» 22	2,03	75,0
24	2,16	75,1
25	2,13	75,1
26	2,02	74,7
» 27	1,95	74,9
28	1,31	74,8
30	2,05	75,2
» 31	1,78	74,9
Aug 2	2,02	74,6
» 3	2,07	74,6
4	1,83	74,8
» 5	1,86	74,7
» 6	2,02	74,5
» 8	1,97	74,7
9	1,97	74,8
» 14	2,13	73,9
» 15	1,96	74,9
» 16	2,33	74,5

1900	$v + v_1$	π
April 20	1 63	74° 7
» 22	2,11	74 6
» 26	1 66	75 0
27	2 15	75 0
30	2 63	74 8
Mai 1	1 90	75 0
3	1 74	74 6
» 4	1 83	74 9
5	1 90	74 7
6	2 39	74 6
» 7	1 64	74 5
» 8	1,79	74 6
Juni 4	1,46	75 3
» 21	2 24	80 7
» 22	2,23	75 2
» 28	1 75	75 1
Juli 2	2 20	74 3
» 5	2 28	75 4
» 11	1,79	75 2
» 12	2 17	75,1
13	2,15	75 1

1901	$v + v_1$	π
Juni 24	2 35	75° 7
Juli 3	2 20	75 0
» 5	1 71	75 3
6	2 24	74 7
» 7	2 30	75 2
» 10	1 81	75 7
» 11	1 78	74 8
12	1 33	75 2
13	1 92	75 0
» 14	2 02	75 3
» 15	1 75	75 2
19	1 79	75 2
20	2 11	74,8
21	2 40	75 5
» 22	2 24	75 4
23	2 09	74 9
» 24	2 26	75 4
25	2 31	75,1
26	1 62	74 6

$\pi = 60^0$

1887	$v + v_1$	π
Juni 11	1,82	64° 2
» 17	1 70	60 4
» 18	1 54	60,1
19	1 70	59 7
» 24	1 48	60 8
29	1,44	59 4
» 30	1 55	59 6
Juli 1	2 18	59 0
2	1 62	59 4
3	1 60	59 4
» 4	1 64	58 9
12	1,76	58 6
» 13	1,78	59 1
» 14	1 96	59 7
» 22	1 95	60 0
23	1 66	60 1
23	1 57	60 0
» 26	2,04	60,6

1887	$v + v_1$	π
Juli 26	1 60	59° 7
27	1 78	60 1
» 28	1 74	61 1
» 30	1 70	60 1
» 30	1 24	59 8
» 31	1 42	60 3
Aug 4	1 63	60 1
» 5	1 75	60 0
» 5	1 77	60 1
» 6	1 69	60 2
» 6	1 38	59 9
1888		
Mai 10	1 47	59 9
» 11	1 64	60,2
12	1,93	60,0
» 16	1,77	60 6
» 19	2 01	60,0

1888	$v + v_1$	π
Mai 19	1,77	59°,8
20	2,15	59,8
» 20	1,82	60,1
22	1,66	59,9
22	1,99	60,0
23	1,71	59,8
24	1,70	60,0
24	1,50	61,0
29	1,82	59,7
Juni 6	1,90	60,1
6	1,46	60,1
» 12	1,58	60,1
» 13	1,68	60,1
» 15	1,69	60,5
20	1,34	59,4
21	1,61	59,9
» 21	1,72	59,6
» 22	1,55	60,2
22	1,15	59,3
» 24	1,79	60,2
» 24	1,48	60,2
» 25	1,84	60,1
26	1,97	60,0
» 27	1,62	60,3
Juli 16	1,36	59,7
» 20	2,01	60,2
20	1,79	59,9
» 21	1,52	59,7
» 27	1,11	60,0
» 28	1,86	60,1
» 30	1,53	60,2
Aug 1	1,87	60,2
» 3	1,66	60,3
» 3	1,66	60,1
» 4	1,76	59,9
7	1,41	60,1
» 7	1,60	59,9
9	1,59	60,6
» 11	1,35	59,7
» 12	1,62	60,2
» 12	1,63	60,2
» 13	1,67	60,0
» 20	1,62	60,2
» 20	1,52	60,2

1888	$v + v_1$	π
Aug 21	2,10	60°,1
21	1,65	59,8
1889		
Mai 22	1,54	60,1
24	1,88	60,0
24	1,80	60,2
25	1,65	59,8
28	1,63	59,6
Juni 2	1,61	60,1
2	1,75	60,1
[illegible]	1,55	59,6
4	1,44	60,4
4	1,78	60,3
» 6	1,94	59,7
» 7	1,99	59,6
» 7	1,86	60,2
8	1,93	60,3
» 11	1,82	59,8
» 13	1,64	60,4
» 14	1,77	59,8
14	1,93	60,0
15	1,63	59,9
15	1,85	61,1
16	2,24	59,8
» 17	1,62	60,0
» 18	2,01	59,5
1898		
Aug 15	1,65	60,1
» 15	1,26	60,1
1899		
Juni 28	2,21	60,3
Juli 3	1,72	58,9
» 5	1,67	60,6
6	2,05	60,2
11	1,72	60,1
12	0,97	57,8
» 14	1,35	60,3
» 15	1,30	59,9
» 16	1,32	59,8
17	1,80	60,0
18	1,48	60,2

1899	$v + v_1$	π
Juli 19	1,34	59°,9
» 20	1,66	59,8
21	1,78	60,0
» 22	2,09	59,7
» 24	1,83	60,1
25	1,51	60,1
» 26	1,51	60,2
27	1,72	59,6
28	1,00	59,3
» 30	1,85	59,9
» 31	1,71	60,0
Aug. 2	1,85	60,0
» 3	1,71	59,7
» 4	1,43	59,5
» 5	1,66	59,9
6	1,63	59,6
» 8	1,77	57,6
» 9	1,58	59,8
» 14	1,55	59,4
» 15	1,55	59,6
» 16	1,84	59,5
1900		
April 20	1,76	59,9
» 22	2,08	59,6
26	1,83	60,1
» 27	1,52	59,7
» 30	2,14	59,9
Mai 1	1,52	59,8
» 2	1,60	59,8
3	1,35	59,5
4	1,95	59,9
» 5	1,82	59,9
6	1,74	59,3
» 7	1,01	59,1

1900	$v + v_1$	π
Mai 8	1,93	59°,8
9	1,43	59,0
Juni 4	2,09	60,6
» 21	1,85	59,9
» 22	2,12	60,1
26	1,58	60,0
» 28	1,55	59,8
Juli 2	1,98	60,3
5	1,44	60,1
» 10	1,30	69,1
12	2,27	59,7
» 13	2,53	60,3
» 14	1,91	60,6
1901		
Juni 24	1,61	60,5
Juli 3	1,42	60,1
» 5	2,60	59,4
» 6	1,73	60,1
» 7	1,99	59,8
10	1,19	60,4
11	1,67	60,6
12	1,37	60,4
13	1,34	60,[illegible]
14	1,82	60,4
» 15	1,40	61,4
» 19	1,51	59,7
» 20	1,53	60,5
21	1,60	59,9
» 22	2,22	60,8
» 23	2,17	60,2
» 24	1,53	60,[illegible]
» 25	2,22	60,1
26	1,51	60,1

$\pi - 4{,}^{0}$

1887	$v + v_1$	π
Juni 15	1,41	48°,0
» 16	0,65	48,4
» 18	1,56	45,1
» 19	1,48	45,1

1887	$v + v_1$	π
Juni 22	1,43	45°,2
» 24	0,90	45,9
24	1,43	46,1
» 25	1,36	40,5

1887		$v + v_1$	π
Juni	25	0,92	44°,5
»	25	1,33	43,8
»	29	1,18	39,5
	30	1,44	44,3
Juli	1	1,57	44,1
	2	1,[illegible]9	44,6
	3	1,28	44,3
	4	1,22	44,2
	9	1,50	45,0
»	13	1,32	43,8
»	22	1,46	44,7
»	23	1,39	45,1
»	26	1,63	45,6
	26	1,44	45,8
	27	1,28	44,8
»	28	1,14	44,8
»	30	1,30	45,0
	30	1,34	44,6
»	31	0,69	45,2
Aug	4	1,73	45,3
»	5	1,07	45,2
»	5	1,35	44,8
»	6	1,05	45,3
»	6	1,38	44,6

1888		$v + v_1$	π
Mai	5	0,97	45,5
»	10	1,42	45,1
	11	1,56	45,0
»	12	1,50	44,8
»	16	1,22	45,3
»	16	1,36	44,9
	19	1,44	44,9
	19	1,52	45,1
»	20	1,52	45,1
»	20	1,18	44,9
»	22	1,58	44,6
»	22	1,26	44,6
	23	1,63	44,9
»	24	1,31	45,0
»	24	1,55	45,3
»	29	1,39	44,9
Juni	6	1,55	45,0
»	6	1,33	45,0

1888		$v + v_1$	π
Juni	12	1,49	44°,8
»	13	0,98	45,0
	13	1,40	45,2
	20	0,97	45,6
	21	1,03	45,1
	21	1,01	45,2
	22	1,27	44,5
»	22	1,34	44,5
	24	1,22	44,9
	24	1,44	45,0
	25	1,30	45,2
	26	1,19	44,9
»	27	1,20	45,0
	27	0,98	45,0
Juli	16	0,69	44,6
»	20	1,43	44,8
	20	1,21	45,5
»	27	0,87	46,0
»	30	0,99	45,1
Aug	1	1,48	44,8
	3	1,12	45,1
	3	1,10	44,9
	4	1,26	45,3
	4	1,06	45,4
	7	1,36	45,1
	11	1,16	44,9
	12	1,73	45,[illegible]
»	13	1,17	44,9
»	20	1,19	44,8

1889		$v + v_1$	π
Mai	23	1,38	44,8
	24	1,29	44,9
	24	1,36	45,1
»	25	1,16	44,7
Juni	1	1,24	44,6
»	2	1,29	44,8
	2	1,11	44,9
»	3	1,17	45,0
	4	1,10	45,2
	5	1,26	44,9
»	6	1,38	45,0
»	7	1,40	44,6
»	7	1,40	44,8

1889	$v + v_1$	π
Juni 8	1 52	45° 1
» 11	1 31	45 4
» 13	1,41	44 7
14	1 10	45,1
14	1 72	45,3
» 15	1 13	44 8
15	1,29	45 3
17	1 35	45 4
» 17	1 57	45,4
18	0 91	45 2
1898		
Aug 15	1 22	45 1
» 15	1 20	45 1
1899		
Juni 28	1,50	45 5
Juli 5	1,23	45 1
» 6	1 36	45 2
10	0,95	43 2
11	1 20	45 2
12	1,22	44,7
› 13	1 41	44 8
› 14	1 51	45 4
» 15	1 19	45,0
› 16	1,08	45 2
» 17	0,88	45 3
» 18	1 21	44,8
» 19	0,82	45 0
› 20	1 33	45 3
» 21	1 77	44 9
» 22	1 43	44,4
» 24	0,98	45,1
› 25	0 95	45,2
» 26	1,55	45 0
» 27	1 18	45,0
› 28	0 92	45 0
» 31	1 59	45,6
Aug 2	0 87	45 4
» 3	1,29	44,9
› 4	1,13	45 3
» 5	1 37	44 4
» 6	1 02	45 0
» 7	1,18	44,9

1899	$v + v_1$	π
Aug 8	1 07	44°,6
» 9	1 53	44 6
14	1,07	44 8
» 15	1 18	44 6
» 16	1 31	44 7
1900		
April 22	1 27	46 5
26	1 19	45 2
27	1 30	44,7
› 30	1 74	45 3
Mai 1	1,20	44 9
› 2	1,01	45 1
» 3	0 95	45 0
› 4	1 54	44 9
» 5	1 62	44 3
6	1,26	44 4
7	1,22	44 4
» 8	1 10	44,1
› 9	1 36	44 7
Juni 4	1 32	44,7
» 21	1,42	45 3
» 22	1,37	45 4
» 26	1 23	45 2
» 28	1 33	44,3
Juli 2	1,34	45,0
» 5	1,34	45,1
› 12	1,49	45 6
» 13	1 65	45,7
» 14	1 85	46 6
1901		
Juli 3	1 87	45,4
» 6	1,35	44,5
» 7	1 75	44 9
» 10	1 24	45,8
» 11	1,56	45 1
» 12	0,90	45 3
» 13	1 09	46,0
» 14	0 95	46 6
» 15	1 56	44 8
» 19	0,89	44 9
» 20	1,45	44,5
› 21	1,24	45,4

1901	$v + v_1$	π	*1901*	$v + v_1$	π
Juli 22	1,19	45°,3	Juli 25	1,14	45°,3
23	0,73	45,3	26	0,33	45,5
24	1,13	45,1			

$\pi = 30^0$

1887	$v + v_1$	π	*1888*	$v + v_1$	π
Juni 3	0,86	29°,1	Mai 5	0,52	30°,4
15	0,87	34,1	10	0,67	31,0
16	0,68	26,6	11	0,83	30,1
17	0,84	30,2	12	0,66	30,5
17	1,32	30,3	16	0,93	30,7
18	0,84	30,2	» 19	0,71	30,1
19	0,44	31,2	» 19	1,25	30,4
19	0,85	30,0	20	0,79	30,6
22	0,89	30,2	20	0,96	30,1
24	0,68	30,3	22	0,61	29,9
25	0,35	25,8	22	0,93	29,5
25	0,61	30,6	23	0,72	30,0
29	0,49	29,6	» 24	0,89	30,2
30	0,80	29,7	» 24	0,73	30,1
Juli 1	0,39	28,6	29	0,92	29,9
2	0,87	29,6	Juni 6	0,75	30,0
3	0,88	29,9	6	0,94	30,1
4	0,95	29,6	» 12	1,02	29,9
9	0,95	29,7	» 13	0,57	30,2
13	0,75	28,6	» 13	0,77	30,2
14	0,92	30,1	» 20	1,09	31,[illegible]
20	1,15	30,0	21	0,66	30,3
22	0,61	30,2	21	0,58	30,0
23	0,77	30,0	» 22	0,60	29,5
26	0,58	29,3	22	0,74	29,7
26	0,91	29,8	24	0,78	30,0
27	1,15	29,6	24	1,03	30,4
28	1,0[illegible]	29,9	» 25	0,73	30,0
30	0,56	30,4	26	0,99	30,0
30	0,62	30,1	» 26	0,80	30,2
31	0,62	30,2	27	0,74	30,3
Aug. 4	0,81	30,5	Juli 16	0,52	29,5
5	0,84	30,4	20	0,91	29,6
5	0,78	30,2	» 20	0,98	29,3
6	0,84	29,9	» 21	0,57	29,7
6	0,96	30,0	» 27	0,45	29,6

1888	$v + v_1$	π
Juli 30	0 71	29° 9
Aug 1	0 96	30 4
3	0,76	30 3
3	0 84	30 2
4	0 70	30 3
4	0 52	30 4
» 7	0 62	30 2
» 7	0 77	30 1
» 11	0 95	30 2
13	0 74	29 9
1889		
Mai 23	0 72	30 4
24	0,71	30,3
» 24	0 92	29 7
» 25	0,85	29 7
Juni 1	0,64	29 5
» 2	0 76	30 2
» 2	0,84	30 2
» 3	1 28	29,3
3	0,92	29,9
» 4	0 68	30,3
» 5	0,69	29,7
6	1,11	30 0
» 7	1 09	29,5
7	0 99	30 2
8	0,73	29,7
11	0 71	30,5
13	0 82	30,2
» 14	0 77	30 2
» 14	1 10	29 8
» 15	0 59	30,0
» 15	0 73	30 2
» 17	0,71	29,8
» 18	0 60	29,7
1898		
Aug 15	0,81	29,5
» 15	0 25	29 5
1899		
Juni 27	1 79	30,3
» 27	1,29	30 3
» 28	0 54	29,8

1899	$v + v_1$	π
Juli 5	1 03	29° 6
6	0 66	29 9
10	0 79	29,7
11	0 56	30,3
12	0 72	30 1
13	0 57	29 5
14	0 74	30 1
15	0,63	30,1
16	1 00	29 3
17	0 72	29 9
19	0,76	30 7
20	0,77	30 1
21	1 15	30 3
21	0 42	29 4
22	0 55	29 3
24	0 73	29 7
25	0,73	30 0
26	0,97	30 0
27	0 40	29 9
28	1 05	29 9
31	1 00	29 9
Aug 2	0 83	30 3
3	0 77	29 8
4	0,88	29 5
5	1,18	29 4
6	0 61	29 4
7	0 82	29,4
8	0 77	29 3
9	0,47	29,9
» 14	0 46	29,9
15	1,16	29 8
» 16	0,87	29 6
1900		
April 26	0 96	29,9
» 27	0,72	30,0
» 30	0,64	29,8
Mai 1	0 85	29,9
» 2	1 04	29,2
» 3	0 75	30,0
4	1 14	30 0
5	1 07	30 1
» 6	0 75	28,7
7	0,72	29,8

1900		$v + v_1$	π
Mai	8	0,90	29°,6
	9	0,89	29,3
Juni	4	1,08	30,0
	21	0,59	31,2
	22	0,76	30,0
	26	0,72	30,0
	28	1,13	29,8
Juli	2	0,67	29,3
	5	1,04	30,2
	12	1,17	29,3
	13	0,88	30,1
»	14	1,19	30,0
1901			
Juli	3	1,56	30,1
	6	0,58	29,5

1901		$v + v_1$	π
Juli	7	1,14	30°,5
	10	0,71	30,4
	11	0,50	29,9
	12	0,72	29,8
	13	0,79	30,1
	14	0,69	31,8
	15	0,66	30,6
	19	0,63	30,3
	20	1,07	30,4
	21	0,56	30,2
	22	0,66	30,3
	23	0,24	29,8
	24	0,74	30,4
»	25	0,40	30,4
	26	0,81	30,3

$\pi = 15^0$

1887		$v + v_1$	π
Juni	4	0,17	15°,9
	4	0,56	15,9
	11	0,17	16,4
	17	−0,06	15,3
	17	−0,43	15,3
	17	0,80	15,3
	18	0,59	15,2
	19	0,51	15,3
	22	0,45	14,8
	24	0,29	15,9
	24	0,23	15,8
	25	0,56	17,1
	29	0,48	14,1
»	30	1,05	18,1
Juli	1	0,36	15,8
»	2	0,36	15,2
»	3	0,28	14,1
»	9	0,28	15,8
»	13	0,71	16,2
	20	0,40	14,1
	22	0,60	16,1
	22	0,28	14,9
»	23	−0,10	14,5

1887		$v + v_1$	π
Juli	26	0,68	15°,7
»	26	0,64	14,9
»	27	0,22	14,8
»	28	0,27	14,9
»	30	0,35	15,4
»	30	0,19	15,1
»	31	0,34	15,3
Aug	4	0,52	15,0
»	5	0,29	15,6
»	5	0,45	15,0
	6	0,50	15,0
»	6	0,39	15,1
1888			
Mai	5	0,27	15,2
»	10	0,55	14,7
»	11	0,44	16,7
»	12	0,25	15,3
	16	0,52	15,9
»	19	0,38	15,2
»	19	0,33	15,1
»	20	0,55	15,0
»	20	0,56	15,1

1888	$v + v_1$	π
Mai 22	0,39	14°,8
» 22	0,64	15,2
» 23	0,35	15,3
» 24	0,58	15,0
» 24	0,49	15,4
» 29	0,44	14,8
Juni 6	0,71	14,8
» 6	0,62	15,3
» 12	0,63	15,5
13	0,53	15,7
» 13	0,51	15,4
» 20	0,60	16,4
» 21	0,50	15,3
» 21	0,39	15,3
» 22	0,39	14,6
» 22	0,28	14,9
» 24	0,48	15,7
24	0,86	16,5
» 25	0,56	14,4
» 26	0,13	15,0
» 26	0,46	16,0
» 27	0,40	15,3
Juli 16	0,38	15,0
» 20	0,20	15,3
» 20	0,29	15,4
» 21	0,40	15,0
» 27	0,40	15,0
» 30	0,45	15,1
Aug 1	0,23	14,9
» 3	0,47	14,6
» 3	0,26	15,2
» 4	0,39	15,0
» 4	0,37	14,7
» 7	0,31	14,5
» 7	0,44	14,4
» 11	0,29	14,9
» 12	0,59	15,7
» 13	0,30	14,9
1889		
Mai 23	0,56	14,8
» 24	0,54	14,9
» 24	0,37	15,2
» 25	0,01	14,5

1889	$v + v_1$	π
Juni 1	0,48	15°,0
2	0,19	14,8
2	0,36	15,1
3	0,42	15,3
3	0,38	15,0
4	0,37	15,3
5	0,25	15,5
» 6	0,18	15,2
7	0,41	14,6
7	0,49	15,0
8	0,46	14,8
» 11	0,53	15,4
» 13	0,40	15,3
» 14	0,45	14,4
» 14	0,37	15,2
15	0,52	15,0
» 15	0,28	15,4
» 17	0,62	15,2
» 18	0,15	14,7
1898		
Aug 15	0,08	14,6
» 15	0,13	14,6
1899		
Juni 28	0,92	15,2
28	0,60	15,2
Juli 5	0,41	15,1
6	0,70	15,0
» 10	0,08	12,6
» 11	0,23	14,0
12	0,26	15,2
13	0,25	15,0
14	0,13	15,1
15	0,37	15,4
16	0,25	14,7
17	0,68	14,9
18	0,38	15,1
19	0,46	16,7
» 20	0,15	15,0
21	0,51	14,7
22	0,11	14,5
24	0,16	14,7
» 25	0,06	15,3

1899	$v + v_1$	π
Juli 26	0,33	15°,0
27	0,42	14,5
28	0,28	14,1
31	0,25	15,2
Aug 1	0,27	14,4
2	0,19	16,6
3	0,27	14,8
4	0,13	14,6
5	0,25	14,8
6	0,57	14,7
7	0,32	13,9
8	0,15	14,5
9	0,48	14,5
14	0,40	14,1
15	0,52	14,2
16	0,40	14,4
1900		
April 22	0,62	14,8
25	0,50	15,0
26	0,70	15,0
27	0,32	15,1
30	0,40	15,3
Mai 1	0,48	14,5
2	0,71	15,3
3	0,21	14,5
» 4	0,56	14,4
5	0,51	14,9
6	0,62	14,6
7	– 0,05	15,2
8	0,12	14,8

1900	$v + v_1$	π
Mai 9	0,72	15°,0
Juni 4	0,80	14,7
21	0,34	15,0
22	0,40	15,2
26	1,26	15,4
28	0,78	14,7
Juli 2	0,10	15,6
5	0,41	14,6
12	0,50	14,8
13	0,89	14,9
14	0,87	16,1
1901		
Juli 3	1,04	15,2
6	0,62	15,0
» 7	0,51	14,9
10	0,05	14,0
11	0,18	14,8
12	0,30	15,1
13	0,30	15,1
14	0,45	13,8
15	0,60	15,1
19	0,05	15,0
20	0,09	14,6
21	0,56	14,8
22	0,72	14,5
23	0,29	14,9
24	0,12	14,7
25	0,03	14,6
26	0,08	16,0

Aus diesen gemessenen Geschwindigkeiten soll nun das Rotationsgesetz der Sonne ermittelt werden. Ich habe daher zunächst für jede der sechs heliocentrischen Breiten die Mittelzahl der in den sechs Beobachtungsjahren[1] gefundenen Geschwindigkeiten hergeleitet und habe folgendes gefunden:

[1] Die zwei isolirten Beobachtungen an einem Tage in 1898 sind mit den Beobachtungen in 1899 zusammengenommen worden.

Jahr	φ	$v + v_1$	n
1887	0°,6	2,11	33
1888	0,3	2,03	49
1889	0,4	2,20	24
1899	0,6	1,95	35
1900	0,3	2,14	22
1901	0,3	2,10	19
1887	15,1	1,98	36
1888	15,1	1,90	42
1889	15,0	2,04	24
1899	15,0	1,94	34
1900	14,8	1,98	21
1901	14,8	2,01	19
1887	30,0	1,68	29
1888	30,0	1,67	51
1889	30,0	1,78	23
1899	30,2	1,62	34
1900	30,1	1,77	25
1901	29,7	1,71	19
1887	45,2	1,30	32
1888	45,0	1,28	47
1889	45,0	1,25	23
1899	44,9	1,23	34
1900	44,9	1,35	23
1901	44,7	1,20	17
1887	60,2	0,79	36
1888	59,9	0,78	46
1889	60,0	0,82	23
1899	60,2	0,80	37
1900	60,2	0,89	22
1901	59,7	0,73	17
1887	74,6	0,38	35
1888	74,8	0,44	47
1889	75,0	0,36	23
1899	75,2	0,33	37
1900	75,0	0,53	24
1901	75,2	0,32	17

Aus dieser Tafel ergiebt es sich mit beträchtlicher Sicherheit, dass in den Geschwindigkeiten keine bemerkenswerthe Veränderung mit der Zeit stattgefunden hat. Nimmt man z. B. theils die Mittelzahlen aus den Beobachtungen in den Jahren 1887 bis 1889, theils in den Jahren 1899 bis 1901, so bekommt man die folgenden Mittelwerthe der $v + v_1$:

φ	*1899*	*1900*
0°,4	2,11	2,06
15,0	1,97	1,98
30,0	1,71	1,70
45,0	1,28	1,26
60,0	0,80	0,81
75,0	0,39	0,39

Aber auch in den drei consecutiven Jahren hat sich keine gesetzmässige Veränderung gezeigt. Unter diesen Umständen habe ich es nicht für nöthig erachtet, die verschiedenen Jahresmittel für sich zu behandeln, sondern habe sämmtliche einer und derselben heliocentrischen Breite angehörenden Jahresmittel zu Mittelwerthen vereinigt. Ausserdem habe ich die Rotationsgeschwindigkeiten $v + v_1$ in $\xi \operatorname{Cos} \varphi$ verwandelt, wo ξ der Rotationswinkel in 24 Stunden ist.

Ist nämlich R der Aequatorealradius der Sonne, ausgedrückt in Kilometern, D ein mittlerer Sonnentag in Secunden, also gleich 86400, so ist es klar, da $2\pi R$ der Umkreis des Sonnenequators und $D(v + v_1)$ der in Folge der Sonnenrotation in einem mittleren Sonnentage von einem Puncte des Aequators durchlaufene Weg, dass

$$\xi = \frac{D(v + v_1)}{2\pi R} \cdot 360^0$$

Aber für eine heliocentrische Breite φ hat man

$$\xi = \frac{D(v + v_1)_\varphi}{2\pi R \operatorname{Cos} \varphi} \cdot 360^0, \qquad (23)$$

in welcher Formel $(v + v_1)_\varphi$ die der heliocentrischen Breite φ entsprechende Rotationsgeschwindigkeit ist. Auf diese Weise habe ich die folgenden Normalwerthe gefunden.

φ	$(v + v_1)_\varphi$	$\xi \operatorname{Cos} \varphi$	ξ	n	
0°,4	2,09	14°,88	14°,88	182	(24)
15,0	1,97	14,02	14,52	176	
30,0	1,70	12,10	13,97	181	
44,9	1,27	9,04	12,76	176	
60,0	0,80	5,69	11,39	181	
75,0	0,39	2,78	10,73	183	

Nachdem eine genäherte Rechnung die folgende Formel

$$\xi \operatorname{Cos} \varphi = 10^0{,}500 \operatorname{Cos} \varphi + 4^0{,}381 \operatorname{Cos}^3 \varphi$$

ergeben hatte, wurden folgende Bedingungsgleichungen gebildet

$$\begin{aligned}
0 &= +\,0^0{,}004 + [9{,}999989]\, da + [9{,}999967]\, db \\
0 &= +\,0{,}068 + [9{,}984984]\, da + [9{,}954832]\, db \\
0 &= -\,0{,}162 + [9{,}937531]\, da + [9{,}812593]\, db \\
0 &= -\,0{,}045 + [9{,}850242]\, da + [9{,}550726]\, db \\
0 &= +\,0{,}103 + [9{,}698970]\, da + [9{,}096910]\, db \\
0 &= +\,0{,}018 + [9{,}412996]\, da + [8{,}238988]\, db
\end{aligned}$$

Die Lösung dieser Gleichungen nach der Methode der kleinsten Quadrate ergab die folgende verbesserte Formel

$$\xi \operatorname{Cos} \varphi = 10^0{,}4902 \operatorname{Cos} \varphi + 4^0{,}4105 \operatorname{Cos}^3 \varphi$$

mit den folgenden Abweichungen

$B - R$
$-\,0^0{,}023$
$-\,0{,}085$
$+\,0{,}151$
$+\,0{,}042$
$-\,0{,}102$
$-\,0{,}016$

Eine nochmalige Lösung der Bedingungsgleichungen ergab

$$\xi \operatorname{Cos} \varphi = 10^0{,}491 \cdot \operatorname{Cos} \varphi + 4^0{,}410 \operatorname{Cos}^3 \varphi \qquad (25)$$

Die Übereinstimmung dieser Formel mit den Beobachtungen ist aus der folgenden Tafel zu ersehen

φ	$d(\xi \operatorname{Cos} \varphi)\ (B-R)$	$d(v + v_1)$	
$0^0{,}4$	$-\,0^0{,}02$	$0{,}00$	
$15{,}0$	$-\,0{,}08$	$-\,0{,}01$	
$30{,}0$	$+\,0{,}15$	$+\,0{,}02$	
$44{,}9$	$+\,0{,}04$	$+\,0{,}01$	(26)
$60{,}0$	$-\,0{,}10$	$-\,0{,}01$	
$75{,}0$	$-\,0{,}02$	$0{,}00$	

Da nur eine der beobachteten Geschwindigkeiten im Visionsradius um 0,02 Kilometer und drei um 0,01 Kilometer von der berech-

neten abweichen, während für zwei diese Abweichung kleiner als 0,005 Kilometer ist, so scheint die Formel (25) hinreichend genau zu sein.

Indessen habe ich es doch für wünschenswerth erachtet eine Berechnung auch auf die Geschwindigkeiten im Visionsradius zu gründen, welche man erhält, wenn man die Mittelzahlen direct aus allen Beobachtungen an einer und derselben heliocentrischen Breite herleitet. Man findet

φ	$v + v_1$	ξ Cos φ	n	
0°,4	2,07	14°,74	182	(27)
15,0	1,97	14,02	176	
30,0	1,69	12,03	181	
45,0	1,27	9,04	176	
60,0	0,80	5,70	181	
74,9	0,40	2,85	183	

Aus diesen Daten, verglichen mit der Formel (25) erhielt ich die folgenden Abweichungen $B - R$ und Bedingungsgleichungen

$$0 = +0°,165 + [9{,}999989]\, da + [9{,}999967]\, db$$
$$0 = +0{,}084 + [9{,}984944]\, da + [9{,}954832]\, db$$
$$0 = -0{,}080 + [9{,}937531]\, da + [9{,}812593]\, db$$
$$0 = -0{,}063 + [9{,}849485]\, da + [9{,}548455]\, db$$
$$0 = +0{,}101 + [9{,}698970]\, da + [9{,}096910]\, db$$
$$0 = -0{,}036 + [9{,}115815]\, da + [8{,}247445]\, db$$

Aus diesen Gleichungen erhielt ich

$$\xi \text{ Cos } \varphi = 10°{,}595 \text{ Cos } \varphi + 4°{,}214 \text{ Cos}^3 \varphi \qquad (28)$$

mit den zurückbleibenden Fehlern

	$B - R$		
φ	$d(\xi$ Cos $\varphi)$	$d(v + v_1)$	
0°,4	− 0°,07	− 0,01	(29)
15,0	− 0,01	0,00	
30,0	+ 0,12	+ 0,02	
44,9	+ 0,06	+ 0,01	
60,0	− 0,13	− 0,02	
74,9	+ 0,01	0,00	

Auch hier ist die Uebereinstimmung völlig genügend. Als rein zufällig muss die noch etwas nähere Uebereinstimmung der Formel (25) mit den Beobachtungen betrachtet werden.

Transformirt man die Formeln (25) und (28) in die ursprungliche FAYE'sche Form, so bekommt man

$$\xi \text{ Cos } \varphi = [14^0{,}90 - 4^0{,}41 \text{ Sin}^2\varphi] \text{ Cos } \varphi \qquad (30)$$

und

$$\xi \text{ Cos } \varphi = [14^0{,}81 - 4^0{,}21 \text{ Sin}^2\varphi] \text{ Cos } \varphi \qquad (31)$$

Bekanntlich wahlte SPOERER eine noch einfachere Form, namlich

$$\xi \text{ Cos } \varphi = a \text{ Cos } \varphi + b \text{ Cos}^2\varphi = [a + b \text{ Cos } \varphi] \text{ Cos } \varphi$$

Indem ich versuchsweise die genaherten Werthe der Coefficienten bestimmte, erhielt ich statt (25) die folgende Formel

$$\xi \text{ Cos } \varphi = 8^0{,}304 \text{ Cos } \varphi + 6^0{,}490 \text{ Cos}^2\varphi$$

Nach Vergleichung dieser Formel mit den Normalortern (24) habe ich die folgenden Bedingungsgleichungen gefunden

$$\left.\begin{array}{l}
0 = -\,0^0{,}084 + [9{,}999989]\,da + [9{,}999978]\,db \\
0 = +\,0{,}053 + [9{,}984944]\,da + [9{,}969888]\,db \\
0 = -\,0{,}042 + [9{,}937531]\,da + [9{,}875062]\,db \\
0 = +\,0{,}098 + [9{,}850242]\,da + [9{,}700484]\,db \\
0 = +\,0{,}079 + [9{,}698970]\,da + [9{,}397940]\,db \\
0 = -\,0{,}192 + [9{,}412996]\,da + [8{,}825992]\,db
\end{array}\right\} \qquad (32)$$

Die Auflosung dieser Gleichungen ergab die folgende Formel

$$\xi \text{ Cos } \varphi = [8^0{,}295 + 6^0{,}504 \text{ Cos } \varphi] \text{ Cos } \varphi \qquad (33)$$

mit den folgenden zuruckbleibenden Fehlern

φ	$B - R$: $d\xi$ Cos φ	$B - R$: $d(v + v_1)$
0°,4	+ 0°,08	+ 0,01
15,0	− 0,06	− 0,01
30,0	+ 0,04	+ 0,01
44,9	− 0,10	− 0 01
60,0	− 0,08	− 0,01
75,0	+ 0,19	+ 0,03

(34)

Auch fur die SPOERER'sche Formel habe ich aus den Normalbeobachtungen (26) Bedingungsgleichungen hergeleitet, mit Hulfe der genaherten Formel

$$\xi \text{ Cos } \varphi = [8^0{,}502 + 6^0{,}205 \text{ Cos } \varphi] \text{ Cos } \varphi$$

und habe bekommen

$$\left.\begin{aligned}
0 &= -0^\circ{,}029 + [9{,}999989]\,da + [9{,}999978]\,db \\
0 &= -0{,}022 + [9{,}984944]\,da + [9{,}969888]\,db \\
0 &= -0{,}014 + [9{,}937531]\,da + [9{,}875062]\,db \\
0 &= +0{,}074 + [9{,}849485]\,da + [9{,}698970]\,db \\
0 &= +0{,}107 + [9{,}698970]\,da + [9{,}397940]\,db \\
0 &= -0{,}211 + [9{,}415815]\,da + [8{,}831630]\,db
\end{aligned}\right\} \qquad (35)$$

Aus diesen Gleichungen erhielt ich die Formel

$$\xi \operatorname{Cos} \varphi = [8^\circ{,}511 + 6^\circ{,}198 \operatorname{Cos} \varphi] \operatorname{Cos} \varphi \qquad (36)$$

mit den folgenden zurückbleibenden Fehlern

	B − R		
φ	$d\xi \operatorname{Cos} \varphi$	$d(i + i_1)$	
0°,4	+ 0°,03	0,00	
15,0	+ 0,02	0,00	
30,0	+ 0,01	0,00	(37)
44,9	− 0,08	− 0,01	
60,0	− 0,11	− 0,02	
74,9	+ 0,22	+ 0,03	

Meine Beobachtungen stimmen folglich besser mit der FAYE'schen Formel überein als mit der SPÖRER'schen.

Ebenso wie die FAYE'sche Form lässt sich die SPÖRER'sche in eine in gewisser Hinsicht übersichtlichere transformiren. Man erhält nämlich aus der Formel (33)

$$\xi \operatorname{Cos} \varphi = [14^\circ{,}80 - 13^\circ{,}01 \operatorname{Sin}^2 \tfrac{1}{2}\varphi] \operatorname{Cos} \varphi \qquad (38)$$

und aus (36)

$$\xi \operatorname{Cos} \varphi = [14^\circ{,}71 - 12^\circ{,}39 \operatorname{Sin}^2 \tfrac{1}{2}\varphi] \operatorname{Cos} \varphi \qquad (39)$$

Die Formeln (30), (31), (38), (39) ergeben die folgenden Werthe von ξ

	φ						
Formel	*0°*	*15°*	*30°*	*45°*	*60°*	*75°*	*90°*
30	14°,90	14°,60	13°,80	12°,70	11°,59	10°,78	10°,49
31	14,81	14,53	13,76	12,70	11,65	10,88	10,60
38	14,80	14,58	13,93	12,89	11,55	9,98	8,29
39	14,71	14,50	13,88	12,89	11,61	10,11	8,51

Ebenso erhalt man die Rotationszeiten an den verschiedenen heliocentrischen Breiten wie folgt

				φ			
Formel	*0°*	*15°*	*30°*	*45°*	*60°*	*75°*	*90°*
30	24',2	24',7	26',1	28',3	31',1	33',4	34',3
31	24,3	24,8	26,2	28,3	30,9	33,1	34,0
38	24,3	24,7	25,8	27,9	31,2	36,1	43,4
39	24,5	24,8	25,9	27,9	31,0	35,6	42,3

Man sieht, dass bis zu einer Polhohe von 60° hinauf die aus den FAYEschen und SPOERERschen Formeln berechneten Werthe keine bemerkenswerthen Unterschiede zeigen Bei einer heliocentrischen Breite von 75° werden sie aber recht betrachtlich Es halt folglich sehr schwer das wahre Gesetz der Rotation der Sonne zu finden Es kann in der That dies nur dann gelingen wenn die Genauigkeit der Beobachtungen nicht unwesentlich gesteigert werden kann Es scheint dies in der That erreicht werden zu konnen, durch die Anwendung horizontal liegender Fernrohre, mit Spectroskopen, die auch in unveranderlicher Stellung im Verhaltniss zur Richtung der Schwere benutzt werden wahrend der ganzen Zeit, welche die Messungen an einer gegebenen heliocentrischen Breite an einem Tage erfordern Ausserdem ist es klar, dass ein Spectroskop, welches ebenso fest wie die Achse eines Meridiankreises in gut fundamentirten Zapfenlagern ruht, so massiv gebaut werden kann, dass fast jeder Gefahr von Verbiegungen des Instruments und seiner einzelnen Theile wahrend der Beobachtungen vorgebeugt wird Und diese Biegungen sind, wie meine Messungen deutlich gezeigt haben, die schlimmsten Feinde der Genauigkeit dieser Beobachtungen Im Vergleich mit ihnen sind die zufalligen Einstellungsfehler als sehr unbedeutend zu betrachten Es ist auch klar, dass die sehr bedeutende Lange der Fernrohre die lineare Grosse des Focalbildes der Sonne sehr betrachtlich macht, wahrend die ansehnlichen Durchmesser, welche nunmehr die Spiegel gewisser dieser Instrumente haben, ihre Helligkeit sehr gross machen Man wird daher auch die Kraft der Spectroskope noch grosser wie bisher machen konnen

III Beobachtungen von Bergstrand

Diese Beobachtungen wurden nach demselben Plane wie die meinigen gemacht, und fange ich hier mit den Messungen zur Bestimmung der Reductionsfactoren an.

In 1899 wurden folgende Messungen gemacht:

1899 Tag	6252,773 6278,303	6278,303 −6302,709	6322,907 −6302,709	6337,048 6322,907
Mai 8	37 961	36 360	+30 197	+21 145
Juni 8	908	402	201	208
» 14	880	358	223	195
Mittel	−37,916	36 373	+30 207	+21 183

Die Messungen in 1900 ergaben:

1900 Tag	6252,773 6278,303	6278,303 6301,718	6278,303 6302,709	6322,907 −6301 709	6322,907 6302,709	6337,048 6322,907
Mai 31	37 945	34 948		+31 796		+21 249
Juni 1	37 994	949		780		248
11	−38,023	985		780		287
12	38,005		−36,515		+30 270	287
» 18	38 000		485		284	275
Juli 28	37,998		463		273	265
Aug 1	38,036		462		282	250
» 7	38 025		486		297	295
Mittel	−38 003	34,961	−36,482	+31,785	+30,281	+21 266

In 1901 wurde gefunden:

1901 Tag	6252,773 6278,303	6278,30 6302,709	6322,907 6302,709	6337,048 6322,907
Mai 20	38,118	36,630	+30 410	+21,290
» 21	000	479	345	304
» 22	057	526	337	287
» 24	082	560	372	301
» 26	031	514	324	288
» 27	016	475	341	251
28	050	536	343	265
» 29	058	523	339	250
Juni 5	043	543	353	312
» 7	168	629	328	254
» 15	056	481	319	272
» 21	092	490	303	265
Mittel	38,064	−36 532	+30,343	+21 278

Aus diesen Messungen sind in ganz ähnlicher Weise wie für die meinigen folgende Reductionsfactoren hergeleitet, welche für $\lambda = 6301,718$ gelten:

Jahr	*log R*
1899	1,202583
1900	1,201379
1901	1,200749

Aus diesen Factoren und den oben angeführten Entfernungen der Linien habe ich die folgenden Werthe der Wellenlänge der Linie 6302,709 gefunden. Auch hier giebt die erste Columne die Linie an, aus deren von Rowland bestimmter Wellenlänge die gesuchte Wellenlänge hergeleitet worden ist.

λ	*1899*	*1900*	*1901*	*Mittel*
6252,773	6302,740	6302,728	6302,730	6302,731
6322,907	708	717	705	708
6337,043	725	720	720	721
Mittel	6302,724	6302,722	6302,718	6302,720

In derselben Weise wurde aus den Beobachtungen im Jahre 1900 für die Linie 6301,718 gefunden:

λ	*1901*
6252,773	6301,708
6322,907	728
6337,048	732
Mittel	6301,723

Wie man sieht, weichen diese Wellenlängen nicht unbedeutend stärker von einander ab als die von mir bestimmten, eine natürliche Folge der beträchtlich grösseren Zahl von Tagen, an welchen ich diese Messungen gemacht habe. Indessen ist die Uebereinstimmung der schliesslichen Mittelwerthe doch sehr gut, wie die folgende Tafel zeigt:

Jahr, Beobachter	*6301,718*	*6302,709*
1887 Dunér	—	6302,717
1888 »	—	713
1889 »	6301,720	718
1899 »	—	715

Jahr, Beobachter	*6301,718*	*6302,709*
1900 Duner	—	716
1901 »	718	—
Mittel, Duner	6301,719	6302,716
Bergstrand	6301,723	6302,720
Rowland	6301,718	6302,709

Die Bergstrandschen Bestimmungen der Differenzen der Linienverschiebungen an gegenüberstehenden Puncten der Sonnenscheibe sind in ganz derselben Weise ausgeführt und berechnet worden wie die meinigen, nur mit dem schon oben erwähnten Unterschiede, dass in 1901 die Messungen in dem anderen Spectrum vierter Ordnung ausgeführt wurden, und dass in Folge der bedeutend geringeren Lichtstärke dieses Spectrums ein schwächeres Ocular angewandt werden musste. Die zufälligen Fehler der Messungen sind daher etwas grösser geworden als in den Jahren 1899 und 1900.

Die Resultate der einzelnen Tagesbeobachtungen sind die folgenden:

$\pi - 90^0$

1899	$v + v_1$	π	*1901*	$v + v_1$	π
Juni 14	2,25	89°,6	Mai 20	1,99	90°,0
14	2,09	89,6	21	1,86	89,8
» 15	2,01	89,5	» 22	1,24	89,5
» 15	2,35	89,5	» 22	1,97	89,8
			» 23	1,80	89,3
1900			» 24	2,05	89,8
Juni 1	2,45	90,0	» 26	2,26	89,9
» 11	2,24	89,2	» 27	1,57	89,5
» 12	2,05	89,9	» 28	2,32	89,9
» 13	2,18	89,6	» 29	2,56	89,8
» 18	2,50	89,6	Juni 5	2,45	90,0
Juli 16	2,08	89,7	» 7	1,88	90,0
» 27	2,17	89,6	» 10	2,08	89,9
» 28	2,54	90,0	» 15	1,57	89,0
» 29	1,98	89,6	» 21	1,62	89,7
Aug 1	2,22	90,0			
» 7	1,99	89,8			

$\pi = 75^0$

1899	$v + v_1$	π	1901	$v + v_1$	π
Juni 14	2 06	74⁰ 6	Mai 21	1,53	74⁰,9
» 14	1,71	74,6	» 22	1 77	74,8
» 15	1,85	75,7	» 22	2,07	74 8
» 15	1,36	75,7	» 23	1 96	74,8
			» 24	1 96	75 6
1900			› 26	2,29	74 7
Juni 1	2 79	74,6	» 27	1 43	74 6
› 11	1 66	75 1	» 28	1 40	74 3
» 12	2,15	75 1	» 29	1,88	74 8
13	1 62	75,2	Juni 5	2,40	75 0
» 18	2,36	75,2	» 7	1 69	75 1
Juli 16	1 79	75,0	» 10	1 65	75 0
» 27	1,85	75,0	» 15	1 80	75,1
» 28	1,81	75 0	» 21	1,94	75 4
» 29	1,89	75 4			
Aug 1	2,48	75,0			
» 7	2,13	75,0			

$\pi = 60^0$

1899	$v + v_1$	π	1901	$v + v_1$	π
Juni 15	2,11	59⁰,6	Mai 20	1,36	60⁰,6
» 15	1,84	59 6	› 21	1 28	59,5
			› 22	1 63	59,5
1900			» 22	1 84	59,6
Mai 31	1,39	60,3	» 23	0 82	59,9
Juni 11	1,73	60,2	» 24	0,98	60 0
» 12	2,01	60,2	» 26	1 74	59,6
» 13	2 06	60 4	» 27	1,34	58,1
» 18	1,74	60 4	» 28	1 79	59 4
» 19	2,33	60 2	» 29	1,26	59 0
Juli 16	1 32	62,9	Juni 4	1 37	59,9
» 27	1,80	59 6	» 6	1,36	59 7
» 28	1,34	59,6	» 7	1,32	59,7
» 29	2,34	60,3	» 15	1 64	60 4
Aug 1	1,96	60,0	» 21	1 63	60,4
» 7	1 96	60,0			

$\pi = 45^0$

1899	$v + v_1$	π
Juni 8	2 36	43° 9
» 8	0,82	43 9
» 14	1,31	45 3
» 14	0 77	45,3
1900		
Mai 31	1 36	45,0
Juni 11	1 74	45,4
» 12	1 75	44 9
» 13	1 56	45 2
» 18	0 88	44 3
» 19	1,37	45,0
Juli 23	1,46	45,0
» 28	1,38	44 7
» 29	0 84	45 0
Aug 1	1,66	44,9
» 7	1,34	44,8

1901	$v + v_1$	π
Mai 21	0 05	45°,2
» 21	1 18	43,4
» 22	0 94	44,9
» 23	0 74	44 7
» 25	0 51	44 7
26	1 10	44 8
» 27	0 66	42,6
28	1,24	44,6
29	0 79	45 1
Juni 4	0 59	44,7
» 6	0 27	44 7
» 7	0,74	44,8
» 15	1 89	45 3
» 21	1,37	45 2

$\pi = 30^0$

1899	$v + v_1$	π
Mai 10	0 83	29° 4
» 10	0,75	29,4
Juni 14	0 93	30,0
» 14	0 48	30,0
» 18	0,50	29,4
» 18	0 50	29,4
1900		
Juni 1	0,43	29,8
» 11	0 62	30,4
» 12	0,59	30 2
» 13	0,76	30 6
» 18	1,00	29,6
» 19	0 67	30,1
Juli 23	1 32	30,0
» 28	1,47	30,3
» 29	1 28	30,0
Aug 1	1,26	30,4

1900	$v + v_1$	π
Aug 7	1 28	30°,0
1901		
Mai 21	0 67	29 8
» 21	0,48	30 0
» 22	0,40	30 2
» 23	0 78	29 7
» 24	0 83	29,4
» 25	0,91	29 6
26	0 56	29,6
» 27	1,08	29,7
» 28	0 99	31,7
» 29	0 45	29,5
Juni 4	0 48	29 9
» 6	0,92	29,9
» 7	0,24	29,8
» 15	1,33	31,4
» 21	0,06	30,5

$\pi = 15^0$

1899	$v + v_1$	π	1900	$v + v_1$	π
Mai 9	+ 0,47	15°,2	Aug. 1	+ 0,58	15°,8
» 9	+ 0,98	15,2	7	+ 0,39	14,6
Juni 8	+ 0,46	14,9			
8	+ 0,37	14,9	1901		
» 14	+ 0,37	16,9	Mai 21	+ 0,29	14,5
» 14	+ 0,10	16,9	21	+ 0,47	14,8
18	+ 0,70	17,9	22	+ 0,26	15,4
» 18	+ 0,17	17,9	» 23	+ 0,15	13,7
			» 24	+ 0,56	14,6
1900			25	− 0,01	14,4
Juni 11	+ 1,00	15,0	» 26	− 0,03	14,5
» 12	+ 0,18	14,0	» 27	+ 0,29	15,5
13	+ 0,70	14,9	28	+ 0,23	14,7
18	+ 0,80	16,5	29	− 0,03	15,1
» 19	+ 0,55	14,9	Juni 4	− 0,19	15,8
Juli 23	+ 0,27	15,3	» 6	+ 0,86	15,5
» 28	+ 0,35	14,6	» 15	+ 0,21	15,1
» 29	+ 0,23	12,9	» 21	− 0,41	15,6

Bei der weiteren Bearbeitung dieser Messungen bin ich insofern in anderer Weise als bei der Berechnung meiner eigenen verfahren, als ich gleich alle Messungen in den drei verschiedenen Jahren an einer und derselben heliocentrischen Breite zum Mittel vereinigt habe. In dieser Weise habe ich gefunden:

π	$v + v_1$	n
89°,7	2,08	30
75,0	1,89	30
60,0	1,63	29
44,7	1,13	29
30,0	0,78	32
15,2	0,35	32

Ich habe dann die den $v + v_1$ entsprechenden $\xi \operatorname{Cos} \varphi$, ξ und φ berechnet und dadurch die folgenden Normalwerthe erhalten:

φ	$(v + v_1)_\varphi$	$\xi \operatorname{Cos} \varphi$	ξ	n
0°,3	2,08	14,81	14,81	30
15,0	1,89	13,45	13,93	30
30,0	1,63	11,60	13,09	29
45,3	1,13	8,04	11,44	29
60,0	0,78	5,55	11,10	32
74,8	0,35	2,49	9,50	32

Mit einer genäherten Formel

$$\xi \text{ Cos } \varphi = 9^0{,}11 \text{ Cos } \varphi + 5^0{,}70 \text{ Cos } \varphi$$

verglich ich nun die ξ Cos φ und erhielt die folgenden Bedingungsgleichungen

$$\left.\begin{aligned}
+ 0{,}000 + [9{,}999994]\, da + [9{,}999982]\, db &= 0 \\
+ 0{,}480 + [9{,}984944]\, da + [9{,}954832]\, db &= 0 \\
- 0{,}014 + [9{,}937531]\, da + [9{,}812593]\, db &= 0 \\
+ 0{,}316 + [9{,}847199]\, da + [9{,}541597]\, db &= 0 \\
- 0{,}285 + [9{,}698970]\, da + [9{,}096910]\, db &= 0 \\
+ 0{,}000 + [9{,}418615]\, da + [8{,}255845]\, db &= 0
\end{aligned}\right\} \qquad (41)$$

Die Auflösung dieser Gleichungen ergab die verbesserte Formel

$$\xi \text{ Cos } \varphi = 9^0{,}224 \text{ Cos } \varphi + 5^0{,}350 \text{ Cos}^3 \varphi \qquad (42)$$

mit den zurückbleibenden Fehlern $(B - R)$

φ	$d(\xi$ Cos $\varphi)$	$d(v + v_1)$
0°,3	+ 0°,23	+ 0,03
15,0	− 0,28	− 0,04
30,0	+ 0,14	+ 0,02
45,3	− 0,31	− 0,04
60,0	+ 0,27	+ 0,04
74,8	− 0,02	0,00

(43)

Ebenso wie mit meinen eigenen Beobachtungen habe ich auch untersucht, wie die Beobachtungen von Dr. Bergstrand sich durch eine Formel in der von Spörer vorgeschlagenen Form darstellen lassen. Ich habe angenommen

$$\xi \text{ Cos } \varphi = 6^0{,}589 \text{ Cos } \varphi + 7^0{,}893 \text{ Cos}^3 \varphi \,,$$

und damit wurden folgende Bedingungsgleichungen gebildet

$$\left.\begin{aligned}
- 0^0{,}325 + [9{,}999994]\, da + [9{,}999988]\, db &= 0 \\
+ 0{,}275 + [9{,}984944]\, da + [9{,}969888]\, db &= 0 \\
+ 0{,}022 + [9{,}937531]\, da + [9{,}875062]\, db &+ 0 \\
+ 0{,}495 + [9{,}847199]\, da + [9{,}694398]\, db &= 0 \\
- 0{,}284 + [9{,}698970]\, da + [9{,}397940]\, db &= 0 \\
- 0{,}221 + [9{,}418615]\, da + [8{,}837230]\, db &= 0
\end{aligned}\right\} \qquad (44)$$

Dıe Auflosung dıeseı Gleıchungen eıgab dıe Formel

$$\xi \text{ Cos } \varphi = 6^0{,}671 \text{ Cos } \varphi + 7^0{,}762 \text{ Cos}^3 \varphi \qquad (45)$$

Dıe zuruckbleıbenden Fehler waren

φ	$d(\xi \text{ Cos } \varphi)$	$d(v + v_1)$	
$0^0{,}3$	+ 0,373	+ 0,05	
15,0	— 0,233	— 0,03	
30,0	+ 0,004	0,00	(46)
45,3	— 0,489	— 0,07	
60,0	+ 0,276	+ 0,04	
74,8	+ 0,208	+ 0,03	

In gleıcher Weıse wıe dıe Foımeln (25) und (28) ın (30) resp (31) und dıe Foımeln (33) und (36) ın (38) resp (39) transfoımıı t wurden, habe ıch dıes mıt den aus BERGSTRANDS Beobachtungen hergeleıteten Formeln gemacht Aus (42) erhıelt ıch

$$\xi \text{ Cos } \varphi = [14^0{,}57 - 5^0{,}35 \text{ Sın}^2 \varphi] \text{ Cos } \varphi \qquad (47)$$

und ebenso ergıebt dıe Formel (45)

$$\xi \text{ Cos } \varphi = \left[14^0{,}43 - 15^0{,}52 \text{ Sın}^2 \tfrac{1}{2} \varphi\right] \text{ Cos } \varphi \qquad (48)$$

Aus den Formeln (47) und (48) habe ıch fur verschıedene helıocentrısche Breıten dıe Weıthe von ξ beıechnet und habe erhalten

				φ			
Formel	*0⁰*	*15⁰*	*30⁰*	*45⁰*	*60⁰*	*75⁰*	*90⁰*
47	$14^0{,}6$	$14^0{,}2$	$13^0{,}2$	$11^0{,}9$	$10^0{,}6$	$9^0{,}6$	$9^0{,}2$
48	14,4	14,2	13,4	12,2	10,6	8,7	6,7

Mıt Hulfe dıeser Weıthe von ξ habe ıch dıe Rotatıonszeıten an den veıschıedenen helıocentrıschen Breıten berechnet und habe gefunden

				φ			
Foı mel	*0⁰*	*15⁰*	*30⁰*	*45⁰*	*60⁰*	*75⁰*	*90⁰*
47	$24^d{,}7$	$25^d{,}4$	$27^d{,}3$	$30^d{,}3$	$34^d{,}0$	$37^d{,}5$	$39^d{,}1$
48	25,0	25,4	26,9	29,5	34,0	41,4	53,7

Ebenso wie meine Beobachtungen werden die von Bergstrand nicht unbetrachtlich besser durch Formeln dargestellt, welche sich auf die Fayesche Hypothese grunden, als durch solche, die in der von Sporer vorgeschlagenen Form berechnet sind Hierzu kommt, dass diese noch bedeutend starkere Unterschiede zwischen der Rotationszeit der Sonne in den verschiedenen heliocentrischen Breiten als jene ergiebt Allerdings scheint die Zunahme der Rotationszeit der Sonne mit wachsender heliocentrischer Breite keinem Zweifel mehr unterworfen sein zu konnen Sie wird, ausser durch die Fleckenbeobachtungen, sowohl durch meine wie durch Dr Bergstrands Beobachtungen auf's unzweifelhafteste bewiesen Dennoch mochte man eher an eine geringere Zunahme der Rotationszeit als die von den Formeln (30), (31), (47) angezeigte, wie an eine grossere glauben Die Erklarung der Verlangsamung der Rotation nach den Polen zu wird auch ohnehin schwer genug Ausserdem scheint mir die Fayesche Form an und fur sich weit plausibler

Die Sporersche Formel giebt eine Rotationszeit an, welche mit wachsender heliocentrischer Breite immer rascher zunimmt Bei $\frac{1}{2}\varphi$ gleich 45° oder φ gleich 90° hat aber der Drehungswinkel ξ kein Minimum erreicht, sondern nimmt bei wachsendem φ noch immer ab Erst fur $\frac{1}{2}\varphi$ gleich 90° oder φ gleich 180° tritt das Minimum ein und ist fur die Formeln (38) und (39) allerdings positiv, aber nur wenig uber Null, fur die Formel (48) wird er sogar negativ In ganz anderer Weise verhalten sich die nach der Fayeschen Hypothese berechneten Formeln Auch hier nimmt der Rotationswinkel von φ gleich Null bis φ gleich 90° ab Die Abnahme ist aber am schnellsten bei φ gleich 45°, und bei φ gleich 90° erreicht der Winkel ξ ein wirkliches Minimum Lasst man φ noch anwachsen, so bekommt man wieder grossere Werthe von ξ, bis fur φ gleich 180° ein Maximum wieder erreicht wird, und zwar sind die Werthe von ξ fur φ, $180^\circ-\varphi$, $180^\circ+\varphi$ und $360^\circ - \varphi$ genau gleich gross

Dies scheint mir ein formeller Beweis des Vorzuges der Formeln (30), (31) und (47) vor den Formeln (38), (39), (48) zu sein, wahrend ihre bessere Uebereinstimmung mit den Beobachtungen ein reeller ist In der That sind die Quadratsummen $\Sigma[d(v+v_1)]^2$ der zuruckbleibenden Fehler fur die Formeln (30) und (31) gleich 0,0007, resp 0,0010, wahrend dieselben fur (38) und (39) gleich 0,0014 sind,

fur Formel (47) ist die Quadratsumme gleich 0,0049, fur (48) dagegen 0,0109

Ich hege daher kein Bedenken, die Formeln (30) oder (31) als wahrscheinlichstes Resultat aus den meinigen, und die Formel (47) als wahrscheinlichstes Resultat aus den Beobachtungen Dr BERGSTRANDS zu betrachten, die Formeln (38), (39) und (48) sind dagegen zu verwerfen

---

Nachdem diese Abhandlung schon fertig redigirt und der Koniglichen Societat der Wissenschaften vorgelegt war, hat Herr Dr J HALM in Edinburg in den Astronomischen Nachrichten N o 4147 die Mittheilung gemacht, dass er in den Jahren 1901—1906 eine Untersuchung uber die Rotationszeit der Sonne auf spektroskopischem Wege ausgefuhrt hat Das Resultat sei das hochst merkwurdige, dass, wahrend Dr HALM's Beobachtungen in 1901 mit den von mir in demselben Jahre gemachten ausserst nahe ubereinstimmen, die in den spateren Jahren erhaltenen eine betrachtlich geringere Verlangsamung bei wachsender heliocentrischer Breite andeuten

Da dies, wenn wirklich richtig, von der allergrossten Bedeutung fur unsere Kenntniss der Natur der Sonne ware, will ich im nachsten Sommer noch eine Reihe von Beobachtungen zur Bestimmung der Rotationszeit der Sonne machen Vielleicht wird es mir auch gelingen, durch gewisse kleinere Veranderungen am Spektroskope demselben eine etwas grossere Stabilitat zu geben